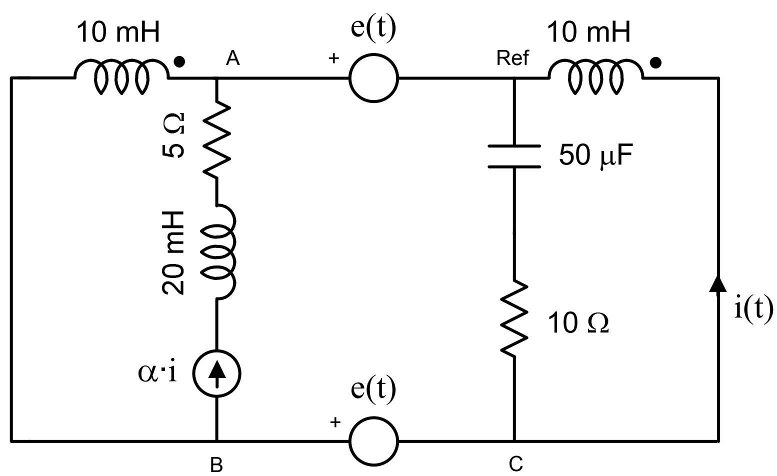
Universidad de Navarra
Nafarroako Unibertsitatea
Escuela Superior de Ingenieros
Ingeniarien Goi Mailako Eskola

ASIGNATURA GAIA **Parte I**	**TEORÍA DE CIRCUITOS**	**CURSO** KURTSOA	**1º TC**
NOMBRE IZENA		**FECHA** DATA	19 Junio de 2008

PROBLEMA 1.1

En el régimen permanente plantear las ecuaciones de equilibrio del circuito de la figura sobre la base de tensiones (método de los nudos).

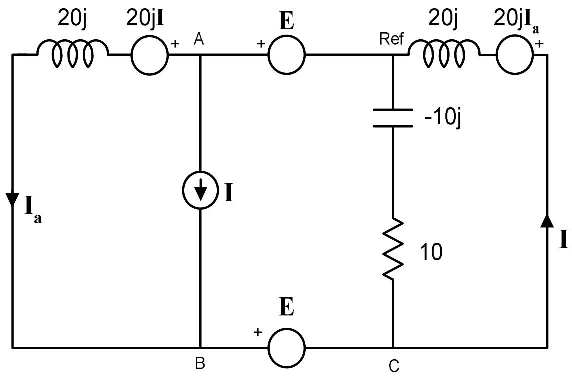
- e (t) = $100\sqrt{2}\cdot\cos(2000t)$
- Grado de acoplamiento k = 1
- α = -1

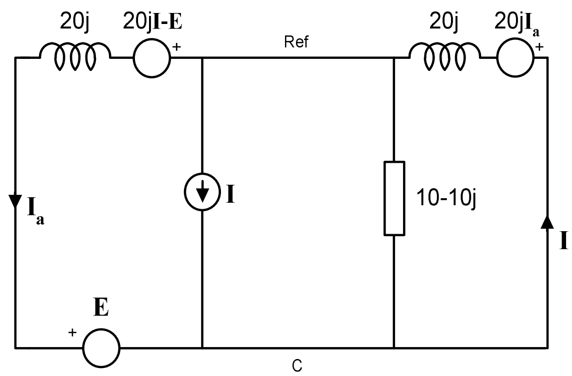


Puntuación

1) Expresiones fasoriales de las tensiones en los nudos A, B y C **(5,5)**
2) Expresiones temporales de las corrientes en los dos bobinas del acoplamiento magnético **(1,5)**

Duración: 45 minutos





$$\left[\frac{1}{20j}+\frac{1}{10-10j}+\frac{1}{20j}\right]\overline{V}_c = \left[-\frac{20j}{20j}\bar{I}+\bar{I}+\frac{20j}{20j}\bar{I}_a\right]=\bar{I}_a$$

$$\bar{I}_a=\frac{\overline{V}_c}{10-10j};\bar{I}=\frac{\overline{V}_c}{20j}-\frac{\overline{V}_c}{10-10j}$$

Solución :

$$\overline{V}_c=0,\overline{V}_b=\overline{E},\overline{V}_a=\overline{E}$$

$$\bar{I}_a=\bar{I}=0$$

Duración: 45 minutos

Universidad de Navarra
Nafarroako Unibertsitatea
Escuela Superior de Ingenieros
Ingeniarien Goi Mailako Eskola

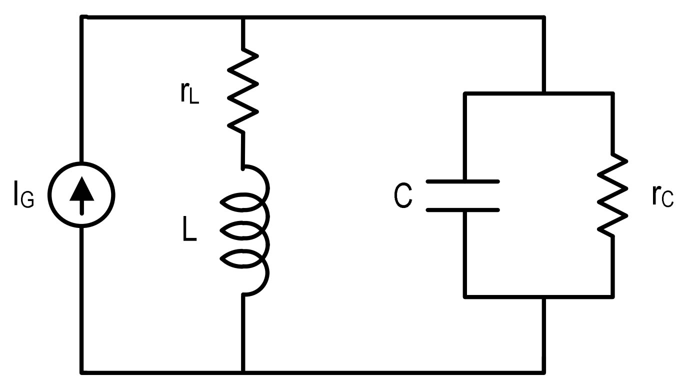
ASIGNATURA GAIA **TEORÍA DE CIRCUITOS** **Parte I** | **CURSO** KURTSOA **1º TC**

NOMBRE IZENA | **FECHA** DATA 19 Junio de 2008

PROBLEMA 1.2

El circuito con condensador y bobina reales de la figura se encuentra funcionando a su frecuencia de resonancia. A dicha frecuencia se sabe lo siguiente:

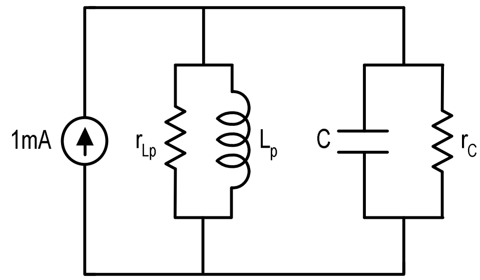
- La potencia activa consumida por el circuito es de **0.1 W**
- El generador de intensidad tiene un valor eficaz de **1 mA**
- La impedancia de la bobina y la admitancia del condensador tienen el mismo ángulo en valor absoluto
- El factor de calidad del circuito es **10**
- La inductancia de la bobina es de **1 mH**

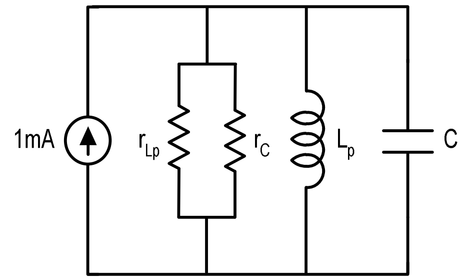


Se pide:

1) Valor de $\mathbf{r_c}$ **(2)**
2) Valores de los factores de calidad de la bobina y del condensador **(1,5)**
3) Valor de $\mathbf{r_L}$ **(1)**
4) Valor de la capacidad C y frecuencia de resonancia **(1,5)**

Duración: 40 minutos





Con el dato de la potencia consumida se obtiene: $P = 0.1\ W = I_g^2 R_{eq} \rightarrow R_{eq} = \frac{0.1}{10^{-6}} = 10^5 \Omega$ (siendo, $R_{eq} = r_{Lp} \,||\, r_C$)

A la frecuencia de resonancia, en el circuito resonante ideal (figura de la derecha) se cumple que: $L_p\omega_o = \frac{1}{C\omega_o}$

DATO: *"La impedancia de la bobina y la admitancia del condensador tienen el mismo ángulo en valor absoluto"* → Es lo mismo que decir que los factores de calidad de la bobina y del condensador real son iguales. Por tanto se cumple que:

$$\left.\begin{array}{l} Q_L = \dfrac{L\omega_o}{r_L} = \dfrac{r_{Lp}}{L_p\omega_o} \\ Q_C = r_C C\omega_o \end{array}\right\} Q_L = Q_C \rightarrow r_{Lp} = r_C$$

Sabiendo que el equivalente en paralelo de ambas resistencias es $10^5\ \Omega$ se tiene que $r_{Lp} = r_C = 200k\Omega$

DATO: *"El factor de calidad del circuito es 10"*. La expresión del factor de calidad es $Q = 10 = \frac{R_{eq}}{L_p\omega_o} = R_{eq}C\omega_o \rightarrow L_p\omega_o = \frac{1}{C\omega_o} = 10000\Omega$

$Q_L = Q_C = 20$

DATO: *"La inductancia de la bobina es L=1 mH"*. La admitancia equivalente de la bobina real es:

$$\overline{Y} = \frac{1}{r_{Lp}} + \frac{1}{L_p\omega_o j} = \frac{1}{200 \cdot 10^3} + \frac{1}{10 \cdot 10^3 j} = \ldots = \frac{1}{20 \cdot 10^4}(1 - 20j)$$

$$\overline{Z} = \frac{1}{\overline{Y}} = \frac{20 \cdot 10^4}{401}\left[\frac{1}{1-20j}\right] \left\{\begin{array}{l} r_L \cong 500\Omega \\ L\omega_o = \dfrac{400}{401}10^4 \rightarrow \omega_o \cong 10\,\text{Mrad/s} \end{array}\right.$$

Conocido el valor de la frecuencia de resonancia, la capacidad del condensador resulta:

$$C = \frac{Q_C}{r_c\omega_o} \cong \frac{20}{200 \cdot 10^3 10^7} = 10pF$$

Duración: 40 minutos

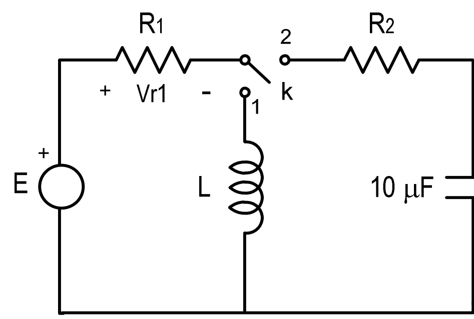
ASIGNATURA GAIA	**TEORÍA DE CIRCUITOS**	**CURSO** KURTSOA	**I° TC**
Parte I			

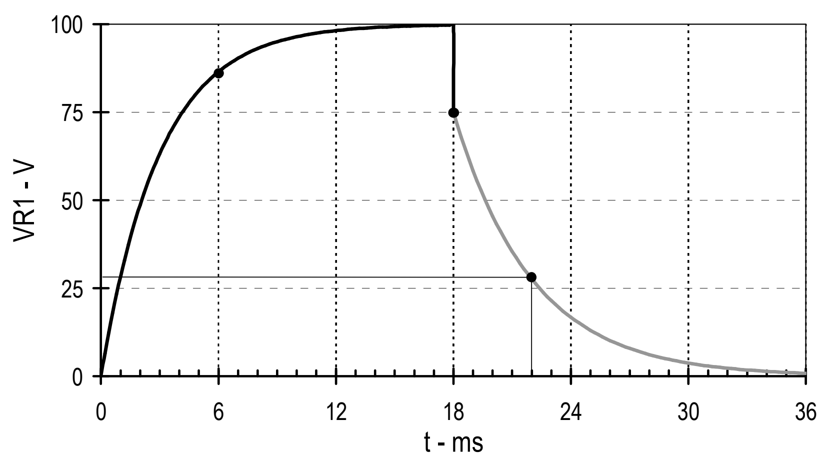
NOMBRE IZENA	**FECHA** DATA 19 Junio de 2008

TEÓRICO-PRÁCTICO 1

El circuito de la figura, estando el conmutador en la posición 1, la evolución de la tensión en la resistencia R1 (Vr1) es la mostrada en la gráfica (0<t<18 ms). En el instante t=18 ms y con el condensador descargado, el conmutador pasa a la posición 2. En la gráfica puede verse el valor de la tensión Vr1 en $t=18^+$. Se sabe además lo siguiente:

1) En el régimen permanente del circuito correspondiente a 0<t<18 ms, la energía almacenada en la inductancia E_L es la misma que la energía almacenada en la capacidad (E_C) cuando se alcanza el régimen permanente del circuito correspondiente a t>18 ms.
2) En el instante t=6 ms, la tensión en Vr1 es $100\cdot(1-e^{-2})$





Se pide:

1) Constante de tiempo del circuito con k en posición 1

Con el circuito en la posición 1, $\tau_1=L/R_1$ y a partir de la gráfica $V_{r1}=100\left(1-e^{-t/\tau_1}\right)$

Según dato, en t=6 ms, se sabe que $V_{r1}=100\left(1-e^{-2}\right)$. Luego, en t= 6 ms $\frac{t}{\tau_1}=2 \rightarrow$ **τ_1=L/R_1= 3 ms**

Duración: 25 minutos

2) Valor de la tensión del generador

Con el interruptor en 1, en t=∞, toda la tensión del generador cae en R1. Por tanto, Vr1 = E. Particularizando para t=∞ la expresión de Vr1(t) mostrada en el apartado anterior se tiene que Vr1 = 100 → **E=100 V**.

3) Valores de R1, R2 y L

- Circuito con el interruptor en 1: la intensidad en L en el régimen permanente es $i_L = \frac{E}{R_1}$. La energía almacenada por la inductancia es por tanto: $E_L = \frac{1}{2}L\left(\frac{E}{R_1}\right)^2$

- Circuito con el interruptor en 2: la tensión en el capacidad en el régimen permanente es V_c=E=100 V. La energía almacenada en la capacidad, es por tanto, $E_C = \frac{1}{2}CE^2$

- Igualando ambas expresiones se tiene que $L\left(\frac{E}{R_1}\right)^2 = CE^2 \rightarrow \frac{L}{R_1} = R_1C = 3 \cdot 10^{-3}$. Como C = $10 \cdot 10^{-6}$ F, entonces **R_1=300 Ω** y **L = 900 mH**

- Finalmente en $t=18^+$ (ms) la tensión en Vr1 = 75 V (ver gráfica). Como la capacidad está inicialmente descargada, toda la tensión del generador (100 V) cae en las dos resistencias. Por tanto, Vr2 = 100 – 75 = 25 V. Como las dos resistencias están en serie, la relación de tensiones es igual a la relación de resistencias. Es decir, R_1/R_2 = V1/V2=3 → **R_2 = 100 Ω**

4) Constante de tiempo del circuito con k en posición 2. Expresión temporal de la tensión en Vr1 para t>18 ms. Representar correctamente en la gráfica correspondiente a Vr1 la evolución de dicha tensión para t>18 ms

τ_2=$(R_1+R_2)\cdot C$**= 4 ms**

Para t> 18 ms, $V_{r1}(t') = 75e^{-t'/4\cdot 10^{-3}}$, con t' = t – $18 \cdot 10^{-3}$

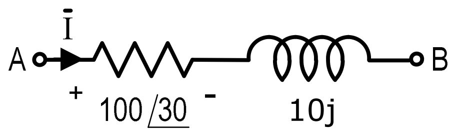
Duración: 25 minutos

Universidad de Navarra
Nafarroako Unibertsitatea
Escuela Superior de Ingenieros
Ingeniarien Goi Mailako Eskola

ASIGNATURA GAIA **Parte I**	**TEORÍA DE CIRCUITOS**	**CURSO** KURTSOA	**Iº TC**
NOMBRE IZENA		**FECHA** DATA	19 Junio de 2008

TEÓRICO-PRÁCTICO 2

1) La impedancia de la figura consume una potencia activa de 1000 W. Determinar el triángulo de potencias de la impedancia, los fasores de tensión $\mathbf{V_{AB}}$ e intensidad $\mathbf{I}$ en dicha impedancia y el valor de la impedancia.

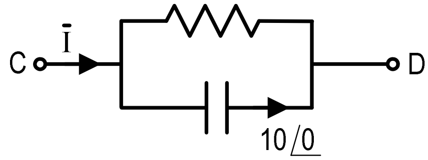


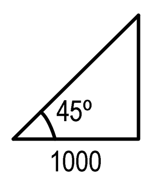
La Potencia Activa (1000 W) es consumida por la resistencia R. La Potencia Activa en una resistencia pura es VI, y además la tensión y la intensidad están en fase. Por tanto, si V en R es $100_{30º}$, entonces $\mathbf{I} = \mathbf{10_{30º}}$ y $\mathbf{R = 10\ \Omega}$

Si la parte reactiva de la impedancia es 10j y la intensidad es 10 A, entonces la potencia reactiva de la impedancia es $Q = I^2X$ = **1000 VAr**.

Por tanto, la potencia compleja es $\mathbf{S = 1000 + 1000j = 1000\sqrt{2}_{45º}}$. Además, el valor de la impedancia es $\mathbf{Z = 10 + 10j = 10\sqrt{2}_{45º}}$ y $\mathbf{V_{AB} = IZ} = 10_{30º}\cdot 10\sqrt{2}_{45º} = \mathbf{100\sqrt{2}_{75º}}$

2) En la impedancia de la figura, el triángulo de potencias puede verse a su derecha. Determinar el valor de la impedancia y los fasores de tensión $\mathbf{V_{CD}}$ e intensidad $\mathbf{I}$ en dicha impedancia.





Del triángulo de potencias se tiene que P = 1000 W y Q = 1000 VAr y también que la impedancia tiene un ángulo de -45º (por ser capacitiva).

Toda la Potencia reactiva se consume en la parte capacitiva. Sabiendo que la intensidad en la capacidad es $Ic = 10_{0º}$ se deduce: $1000 = I_c^2X_c \rightarrow \mathbf{X_c = -10j}$. Además como P = Q entonces $\mathbf{R}$ = Xc = **10 Ω**. Además, $\mathbf{V_{CD} = I_cX_c} = 10_{0º}\cdot 10_{-90º} = \mathbf{100_{-90º}}$ e $\mathbf{I = 10\sqrt{2}_{-45º}}$

En función de Rc y Xc la admitancia equivalente se puede expresar como $Y = \frac{1}{R_c} + \frac{1}{X_c}j = \frac{1}{10}(1+j)$

Por tanto la impedancia será: $Z = \frac{1}{Y} = 10\frac{1}{1+j} = 5(1-j) = 5\sqrt{2}_{45º}$

Duración: 25 minutos

3) Determinar el generador de tensión tal que si entre sus dos terminales se conectan las dos impedancias anteriores en serie, la segunda impedancia consume precisamente el triángulo de potencias mostrado en el apartado 2 (tómese como origen de fases la corriente que circula por la capacidad).

Puesto que la segunda impedancia consume el triángulo de potencias del apartado anterior la tensión y la intensidad serán, **en módulo**, precisamente las obtenidas en el apartado anterior.

Como además se toma como origen de fases la corriente que circula por la capacidad, la cual es origen de fases en el apartado anterior, entonces, la tensión y la intensidad en la segunda impedancia serán también, **en fase**, las obtenidas en el apartado anterior.

Por tanto, $\mathbf{V_{CD}} = \mathbf{100_{-90^o}}$ e $\mathbf{I = 10\sqrt{2}_{-45^o}}$

Como las dos impedancias están ahora en fase, por la primera impedancia circulará la corriente $\mathbf{I = 10\sqrt{2}_{-45^o}}$ la cual dará lugar a una caída de tensión en dicha impedancia de $\mathbf{V_{AB} = IZ_1 = 10}\sqrt{2}_{-45^o} \cdot 10\sqrt{2}_{45^o} = \mathbf{200_{0^o}}$

Finalmente, al tensión del generador será la suma de las caídas de tensión en cada impedancia. Es decir, $\mathbf{E = 200 - 100j}$

Duración: 25 minutos