Un autobús consta de dos ejes según la disposición de la figura. El eje delantero consta de dos ruedas y el posterior de cuatro.

Cada neumático posee una curva característica neumático carretera dada por la ecuación

$$Fy(\alpha) := \mathrm{if}\left[|\alpha| \le \alpha max, \left(223000\cdot|\alpha| - 1277000\cdot\alpha^2\right)\cdot \mathrm{signum}(\alpha), \left[2861\cdot e^{-10\cdot(|\alpha| - \alpha max)} + 6867\right]\cdot \mathrm{signum}(\alpha)\right]$$

Con los siguientes valores asignados a los diferentes parámetros:

$M := 7000$ $\quad$ $Lg := 6.5$ Distancia del c.d.g. al eje delantero) $\quad$ $L := 10$ (Batalla)

$\mu := 0.85$ $\quad$ $\mu d := 0.6$ $\quad$ $Nm := \frac{M\cdot 9.81}{6}$

$C\alpha\_ad := \frac{180}{4\cdot\pi}\cdot\mu\cdot Nm$ $\quad$ (µN/ 4º) $\quad$ $C\alpha\_ad = 1.393\cdot 10^5$

$\alpha max := \frac{5}{180}\cdot\pi$ $\quad$ $c := 10$

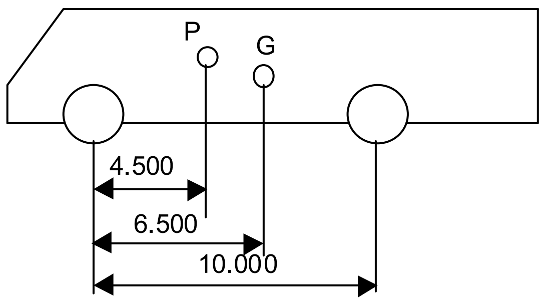
$b := \frac{C\alpha\_ad}{2\cdot\alpha max}$ $\quad$ $b = 7.984\cdot 10^5$

Determinar el ángulo girado por el volante y el carácter subvirador o sobrevirador para las siguientes condiciones:

1.- Velocidad casi nula circulando por una curva de 100 m de radio y peralte ψ=0,05 rad
2.- Velocidad de equilibrio en la misma curva
3.- Velocidad de 100 km/h
4.- Velocidad de equilibrio y viento lateral de 80 km/h actuando sobre el costado del vehículo exterior a la curva, sabiendo que la superficie lateral del autobús es 36 m2 y que puede aproximarse la fuerza lateral mediante la expresión Fl=ρALV2/2- La posición del centro de presiones se situa 4,5 m por detrás del eje delantero.
5.- Si el vehículo circula a 75 Km/h con sólo dos ruedas en el eje posterior.

Densidad del aire a 20ºC y nivel del mar

$$\mathrm{signum}(x) := \mathrm{if}\left(x = 0, 1, \frac{x}{|x|}\right)$$



$\rho := 1.22556$ Kg/m3 $AL := 36$ $Lp := 4.5$

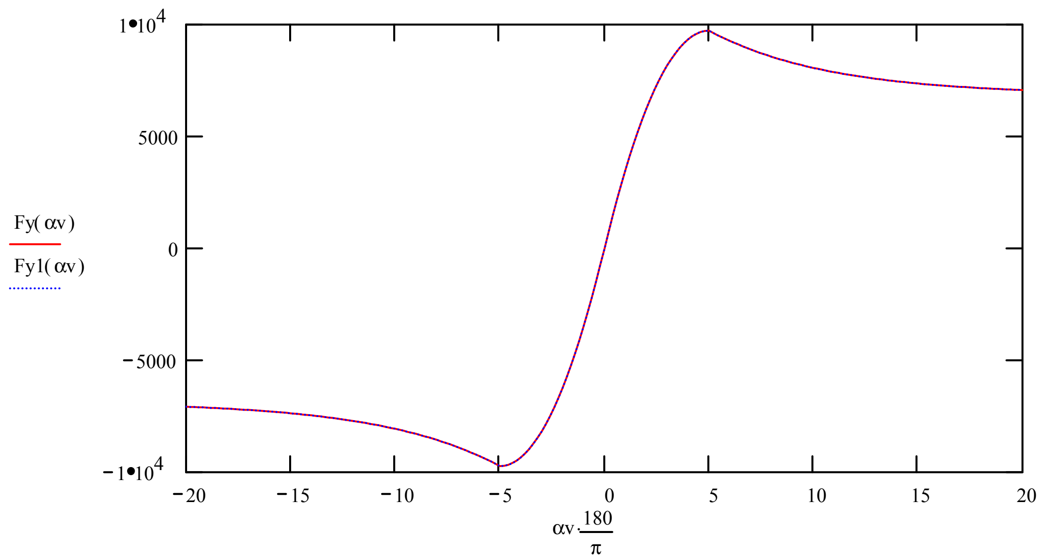
Carga sobra cada rueda:

$Na := \frac{1}{2} \cdot M \cdot 9.81 \cdot \frac{L - Lg}{L}$ $Na = 1.202 \cdot 10^4$ $Np := \frac{1}{4} \cdot M \cdot 9.81 \cdot \frac{Lg}{L}$ $Np = 1.116 \cdot 10^4$

$$Fy(\alpha) := if\left[|\alpha| \le \alpha max, \frac{\mu \cdot Nm \cdot signum(\alpha)}{C\alpha\_ad \cdot \alpha max - b \cdot \alpha max^2} \cdot \left(C\alpha\_ad \cdot |\alpha| - b \cdot \alpha^2\right), \mu \cdot Nm \cdot signum(\alpha) \cdot \left[\left(\left(1 - \frac{\mu d}{\mu}\right)\right) \cdot e^{-c \cdot (|\alpha| - \alpha max)} + \frac{\mu d}{\mu}\right]\right]$$

$$Fy1(\alpha) := if\left[|\alpha| \le \alpha max, \left(223000 \cdot |\alpha| - 1277000 \cdot \alpha^2\right) \cdot signum(\alpha), \left[2861 \cdot e^{-10 \cdot (|\alpha| - \alpha max)} + 6867\right] \cdot signum(\alpha)\right]$$

$\alpha v := -4 \cdot \alpha max, -0.99 \cdot 4 \cdot \alpha max .. 4 \cdot \alpha max$



1.- Velocidad casi nula circulando por una curva de 100 m de radio y peralte y=0,05 rad

$\psi := 0.05$ $\quad R := 100$

Fuerza lateral actuando sobre el centro de gravedad: $Fyg := -M \cdot 9.81 \cdot \sin(\psi)$

Fuerza sobre cada rueda del eje anterior: $Fya := \frac{1}{2} \cdot Fyg \cdot \frac{L - Lg}{L}$ $\quad Fya = -600.612$

Fuerza sobre cada rueda del eje posterior: $Fyp := \frac{1}{4} \cdot Fyg \cdot \frac{Lg}{L}$ $\quad Fyp = -557.711$

ángulo de deriva de las ruedas delanteras: $\alpha a := 0$ (valor de prueba)

$\alpha a := -\operatorname{root}(Fya + Fy(\alpha a), \alpha a)$ $\quad \alpha a = -2.737 \cdot 10^{-3}$ $\quad \frac{180}{\pi} \cdot \alpha a = -0.157$ grados

También podemos resolver el problema utilizando el primer tramo de la ecuación Fy-α

$$Fya = 223000 \cdot \alpha + 1277000 \cdot \alpha^2$$

Resolviendo esta ecuación, obtenemos las dos soluciones:

$$\begin{bmatrix} \frac{-223}{2554} - \frac{1}{127700} \cdot \sqrt{124322500 + 12770 \cdot Fya} \\ \frac{-223}{2554} + \frac{1}{127700} \cdot \sqrt{124322500 + 12770 \cdot Fya} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.172 \\ -2.736 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}$$

La solución válida es la de menor valor absoluto de las dos, ya que para el otro valor la ecuación pierde validez:

ángulo de deriva de las ruedas posteriores: $\alpha p := 0$ (valor de prueba)

$\alpha p := -\operatorname{root}(Fyp + Fy(\alpha p), \alpha p)$ $\quad \alpha p = -2.538 \cdot 10^{-3}$ $\quad \frac{180}{\pi} \cdot \alpha p = -0.145$ grados

O bien:

$$\begin{bmatrix} \frac{-223}{2554} - \frac{1}{127700} \cdot \sqrt{124322500 + 12770 \cdot Fyp} \\ \frac{-223}{2554} + \frac{1}{127700} \cdot \sqrt{124322500 + 12770 \cdot Fyp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.172 \\ -2.538 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}$$

Angulo de dirección:

$\delta := \frac{L}{R} + (\alpha a - \alpha p)$ $\delta \cdot 1000 = 99.802$ mrad $\frac{180}{\pi} \cdot \delta = 5.718$ grados

$\frac{L}{R} \cdot 1000 = 100$ mrad

Carácter subvirador o sobrevirador:

Los ángulos de deriva son negativos e inferiores en valor absoluto a αmax por tanto:

$Fy = 223000 \cdot \alpha - 1277000 \cdot \alpha^2$ $\frac{d}{d\alpha} Fy = 223000 - 2554000 \cdot \alpha$ Para $\alpha>0$

$Fy = 223000 \cdot \alpha + 1277000 \cdot \alpha^2$ $\frac{d}{d\alpha} Fy = 223000 + 2554000 \cdot \alpha$ Para $\alpha<0$

La rigideces de deriva tangenciales por rueda son ($\alpha<0$):

$C\alpha ta := 223000 + 2554000 \cdot \alpha a$ $C\alpha ta = 2.16 \cdot 10^5$

$C\alpha tp := 223000 + 2554000 \cdot \alpha p$ $C\alpha tp = 2.165 \cdot 10^5$

Coeficiente subvirador tangencial:

$Kust := \frac{2 \cdot Na}{2 \cdot C\alpha ta} - \frac{4 \cdot Np}{4 \cdot C\alpha tp}$ $Kust = 4.095 \cdot 10^{-3}$ El vehículo resulta subvirador

2.- Velocidad de equilibrio en la misma curva

$\alpha a := 0$ $\alpha p := 0$

$\delta := \frac{L}{R}$ $\delta \cdot 1000 = 100$ mrad $\delta \cdot \frac{180}{\pi} = 5.73$ grados

La rigideces de deriva tangenciales por rueda son:

$C\alpha ta := 223000$ $C\alpha ta = 2.23 \cdot 10^5$

$C\alpha tp := 223000$ $C\alpha tp = 2.23 \cdot 10^5$

Coeficiente subvirador tangencial:

$$Kust := \frac{2 \cdot Na}{2 \cdot C\alpha ta} - \frac{4 \cdot Np}{4 \cdot C\alpha tp}$$ $Kust = 3.849 \cdot 10^{-3}$ El vehículo resulta subvirador

3.- Velocidad de 100 km circulando por una curva de 100 m de radio y peralte y=0,05 rad

$\psi := 0.05$ $R := 100$ $V := \frac{100}{3.6}$

Fuerza lateral actuando sobre el centro de gravedad: $Fyg := M \cdot \left(\frac{V^2}{R} - 9.81 \cdot \sin(\psi) \right)$

Fuerza sobre cada rueda del eje anterior: $Fya := \frac{1}{2} \cdot Fyg \cdot \frac{L - Lg}{L}$ $Fya = 8.852 \cdot 10^{3}$

Fuerza sobre cada rueda del eje posterior: $Fyp := \frac{1}{4} \cdot Fyg \cdot \frac{Lg}{L}$ $Fyp = 8.219 \cdot 10^{3}$

ángulo de deriva de las ruedas delanteras: $\alpha a := 0$ (valor de prueba)

$\alpha a := root(Fya - Fy(\alpha a), \alpha a)$ $\alpha a = 0.061$ $\frac{180}{\pi} \cdot \alpha a = 3.499$ grados

Resolviendo analíticamente:

$$Fya = 223000 \cdot \alpha - 1277000 \cdot \alpha^2$$

$$\begin{bmatrix} \frac{223}{2554} + \frac{1}{127700} \cdot \sqrt{124322500 - 12770 \cdot Fya} \\ \frac{223}{2554} - \frac{1}{127700} \cdot \sqrt{124322500 - 12770 \cdot Fya} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.114 \\ 0.061 \end{bmatrix}$$

La solución válida es la segunda ya que la primera queda fuera del intervalo de validez

De forma general para Fy>0:

$$\alpha(Fy) := \frac{223}{2554} - \frac{1}{127700} \cdot \sqrt{124322500 - 12770 \cdot Fy}$$

ángulo de deriva de las ruedas posteriores:

$\alpha p := \alpha(Fyp)$ $\alpha p = 0.053$ $\frac{180}{\pi} \cdot \alpha p = 3.028$ grados

Angulo de dirección:

$\delta := \frac{L}{R} + (\alpha a - \alpha p)$ $\delta \cdot 1000 = 108.213$ mrad $\frac{180}{\pi} \cdot \delta = 6.2$ grados

$$\frac{L}{R}\cdot 1000 = 100$$ mrad

Carácter subvirador o sobrevirador:

Los ángulos de deriva son inferiores a αmax por tanto:

$$Fy = 223000\cdot\alpha - 1277000\cdot\alpha^2 \qquad \frac{d}{d\alpha}Fy = 223000 - 2554000\cdot\alpha$$ Para α>0

La rigideces de deriva tangenciales por rueda son:

$$C\alpha ta := 223000 - 2554000\cdot\alpha a \qquad C\alpha ta = 6.703\bullet 10^4$$

$$C\alpha tp := 223000 - 2554000\cdot\alpha p \qquad C\alpha tp = 8.8\bullet 10^4$$

Coeficiente subvirador tangencial:

$$Kust := \frac{2\cdot Na}{2\cdot C\alpha ta} - \frac{4\cdot Np}{4\cdot C\alpha tp} \qquad Kust = 0.052$$ El vehículo resulta subvirador

4.- Velocidad de equilibrio y viento lateral de 80 km/h actuando sobre el costado del vehículo exterior a la curva, sabiendo que la superficie lateral del autobús es 36 m2 y que puede aproximarse la fuerza lateral mediante la expresión Fl=ρALV2/2- La posición del centro de presiones se situa 4,5 m por detrás del eje delantero.

Velocidad del viento: $Vv := \frac{80}{3.6}$

Fuerza lateral debida al viento: $FL := -\frac{1}{2}\cdot\rho\cdot AL\cdot Vv^2$ $\qquad FL = -1.089\bullet 10^4$

Fuerza lateral actuando sobre el centro de gravedad $Fyg := 0$ $\qquad Fyg = 0$

Fuerza sobre cada rueda del eje anterior: $Fya := \frac{1}{2}\cdot\left(Fyg\cdot\frac{L - Lg}{L} + FL\cdot\frac{L - Lp}{L}\right)$ $\qquad Fya = -2.996\bullet 10^3$

Fuerza sobre cada rueda del eje posterior: $Fyp := \frac{1}{4}\cdot\left(Fyg\cdot\frac{Lg}{L} + FL\cdot\frac{Lp}{L}\right)$ $Fyp = -1.226 \cdot 10^{3}$

ángulo de deriva de las ruedas delanteras: $\alpha a := 0$ (valor de prueba)

$\alpha a := -\alpha(|Fya|)$ $\alpha a = -0.015$ $\frac{180}{\pi}\cdot\alpha a = -0.84$ grados

ángulo de deriva de las ruedas posteriores: $\alpha p := 0$ (valor de prueba)

$\alpha p := -\alpha(|Fyp|)$ $\alpha p = -5.681 \cdot 10^{-3}$ $\frac{180}{\pi}\cdot\alpha p = -0.325$ grados

Angulo de dirección:

$\delta := \frac{L}{R} + (\alpha a - \alpha p)$ $\delta\cdot 1000 = 91.015$ mrad $\frac{180}{\pi}\cdot\delta = 5.215$ grados

$\frac{L}{R}\cdot 1000 = 100$ mrad

Carácter subvirador o sobrevirador:

Los ángulos de deriva son inferiores a αmax por tanto:

$Fy = 223000\cdot\alpha + 1277000\cdot\alpha^{2}$ $\frac{d}{d\alpha}Fy = 223000 + 2554000\cdot\alpha$ Para $\alpha > 0$

La rigideces de deriva tangenciales por rueda son:

$C\alpha ta := 223000 + 2554000\cdot\alpha a$ $C\alpha ta = 1.855 \cdot 10^{5}$

$C\alpha tp := 223000 + 2554000\cdot\alpha p$ $C\alpha tp = 2.085 \cdot 10^{5}$

Coeficiente subvirador tangencial:

$Kust := \frac{2\cdot Na}{2\cdot C\alpha ta} - \frac{4\cdot Np}{4\cdot C\alpha tp}$ $Kust = 0.011$ El vehículo resulta subvirador

5.- Si el vehículo circula con sólo dos ruedas en el eje posterior a 75 Km/h.

$\psi := 0.05$ $\quad R := 100$ $\quad V := \frac{75}{3.6}$

Fuerza lateral actuando sobre el centro de gravedad: $Fyg := M \cdot \left(\frac{V^2}{R} - 9.81 \cdot \sin(\psi) \right)$

Fuerza sobre cada rueda del eje anterior: $Fya := \frac{1}{2} \cdot Fyg \cdot \frac{L - Lg}{L}$ $\quad Fya = 4.716 \cdot 10^3$

Fuerza sobre cada rueda del eje posterior: $Fyp := \frac{1}{2} \cdot Fyg \cdot \frac{Lg}{L}$ $\quad Fyp = 8.759 \cdot 10^3$

ángulo de deriva de las ruedas delanteras:

$\alpha a := \alpha(Fya)$ $\quad \alpha a = 0.025$ $\quad \frac{180}{\pi} \cdot \alpha a = 1.411$ grados

ángulo de deriva de las ruedas posteriores:

$\alpha p := \alpha(Fyp)$ $\quad \alpha p = 0.06$ $\quad \frac{180}{\pi} \cdot \alpha p = 3.418$ grados

Angulo de dirección:

$\delta := \frac{L}{R} + (\alpha a - \alpha p)$ $\quad \delta \cdot 1000 = 64.963$ mrad $\quad \frac{180}{\pi} \cdot \delta = 3.722$ grados

$\frac{L}{R} \cdot 1000 = 100$ mrad

Carácter subvirador o sobrevirador:

Los ángulos de deriva son inferiores a αmax por tanto:

$Fy = 223000 \cdot \alpha - 1277000 \cdot \alpha^2$ $\quad \frac{d}{d\alpha} Fy = 223000 - 2554000 \cdot \alpha$ $\quad$ Para $\alpha>0$

La rigideces de deriva tangenciales por rueda son:

$C\alpha ta := 223000 - 2554000 \cdot \alpha a$ $\quad C\alpha ta = 1.601 \cdot 10^5$

$C\alpha tp := 223000 - 2554000 \cdot \alpha p$ $\quad C\alpha tp = 7.064 \cdot 10^4$

Coeficiente subvirador tangencial:

$$Kust := \frac{2 \cdot Na}{2 \cdot C\alpha ta} - \frac{4 \cdot Np}{2 \cdot C\alpha tp}$$ $Kust = -0.241$ El vehículo resulta muy sobrevirador