Un automóvil de 1200 Kg de masa utiliza un motor de gasolina cuya relación par-velocidad de giro responde a la expresión $-4.867 \cdot 10^{-7}$w^3+$1.885 \cdot 10^{-5}$w^2+0.171w+155.827. donde w es la velocidad del motor en rad/s y T es el par en N.m

El motor es capaz de funcionar entre 1000 rpm y 6000 rpm. El automóvil está diseñado para circular hasta una velocidad de 160 km/h sin superar una velocidad en el motor de 4500 rpm. En operación normal no se recomienda superar esta velocidad. Definir las relaciones de velocidad correspondientes a las cinco marchas sabiendo que se admite que entre 0 y 10 km/h el vehículo arranque mediante embrague

Determinar la velocidad de solapamiento .

Representar las curvas esfuerzo tractor-velocidad para las diferentes marchas.

En el caso de que en vez del embrague se utilice un convertidor de par cuya curva proporción par de salida a entrada /proporción de velocidad de salida respecto a la velocidad de entrada responde a la recta: Toutin=2.-1.woutin, siendo:
woutin= cociente entre la velocidad de salida y la velocidad de entrada
Toutin= cociente entre el par a la salida y el par a la entrada

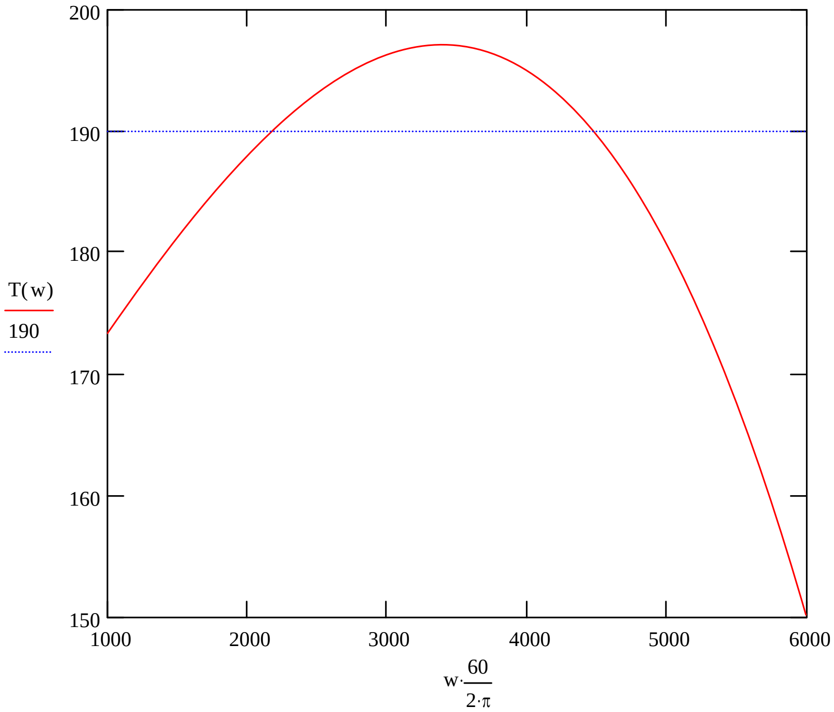
Dibujar para cada una de las siguientes velocidades 20, 40, 80 y 160 km/h las curvas fuerza de tracción-velocidad de giro del motor para cada una de las marchas admisibles a cada velocidad.

$$A := \begin{bmatrix} -4.867 \cdot 10^{-7} \\ 1.885 \cdot 10^{-5} \\ 0.171 \\ 155.827 \end{bmatrix}$$

$$T(w) := A_0 \cdot w^3 + A_1 \cdot w^2 + A_2 \cdot w + A_3$$

$$\Omega min := 1000 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{60} \qquad \Omega max := 6000 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{60}$$

$$w := 1000 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{60} .. 6000 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{60}$$



Las velocidades deben garantizar que el vehículo circule entre 10 km/h y 160 km/h sin necesidad de que exista deslizamiento en el embrague.

En el motor existen unas velocidades de funcionamiento efectivas y unas velocidades límite

Consideraremos como velocidad máxima efectiva Ωef_max.

$$\Omega ef\_max := 4500 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{60}$$

Consideraremos como velocidades límite Ωlim_min y Ωlim_max

$$\Omega lim\_min := 1000 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{60} \qquad \Omega lim\_max := 6000 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{60}$$

Las relaciones de transmisión correspondientes a la primera y quinta marchas quedan definidas por:

$$\xi 1 := \frac{\Omega lim\_min}{\frac{10}{3.6}} \qquad \xi 1 = 37.699 \quad \text{rad/m}$$

$$\xi 5 := \frac{\Omega ef\_max}{\frac{160}{3.6}} \qquad \xi 5 = 10.603 \quad \text{rad/m}$$

Además para obtener relaciones de marcha en progresión geométrica se debe cumplir:

$$\xi 1 = k \cdot \xi 2 = k^2 \cdot \xi 3 = k^3 \cdot \xi 4 = k^4 \cdot \xi 5$$

Por tanto: $k := \sqrt[4]{\frac{\xi 1}{\xi 5}}$ $\quad k = 1.373$ De donde:

$$\xi 2 := \frac{\xi 1}{k} \qquad \xi 2 = 27.454 \qquad \xi 3 := \frac{\xi 2}{k} \qquad \xi 3 = 19.993$$

$$\xi 4 := \frac{\xi 3}{k} \qquad \xi 4 = 14.56 \qquad \xi 5 := \frac{\xi 4}{k} \qquad \xi 5 = 10.603$$

De esta forma la velocidad del motor a la que podremos realizar el cambio a una marcha inferior es:

$$\frac{\Omega ef\_min}{\xi_i} = \frac{\Omega ef\_max}{\xi_{i-1}} \qquad \text{o bien:} \qquad \Omega ef\_min = \Omega ef\_max \cdot \frac{\xi_i}{\xi_{i-1}} = \frac{\Omega ef\_max}{k}$$

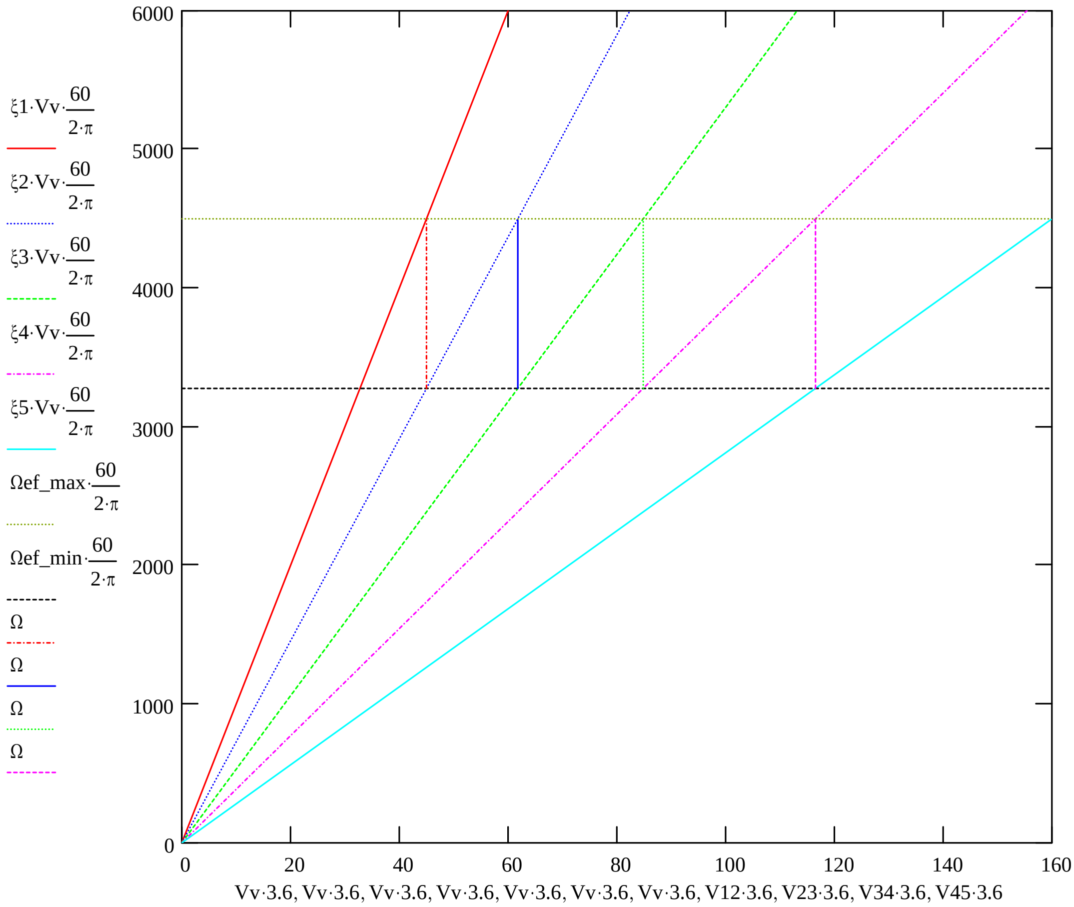
$$\Omega ef\_min := \frac{\Omega ef\_max}{k} \qquad \Omega ef\_min \cdot \frac{60}{2 \cdot \pi} = 3.277 \cdot 10^3 \quad \text{rpm}$$

Las velocidades de cambio resultan:

$$V12 := \frac{\Omega ef\_max}{\xi 1} \qquad V12 \cdot 3.6 = 45 \quad \text{km/h} \qquad V23 := \frac{\Omega ef\_max}{\xi 2} \qquad V23 \cdot 3.6 = 61.793 \quad \text{km/h}$$

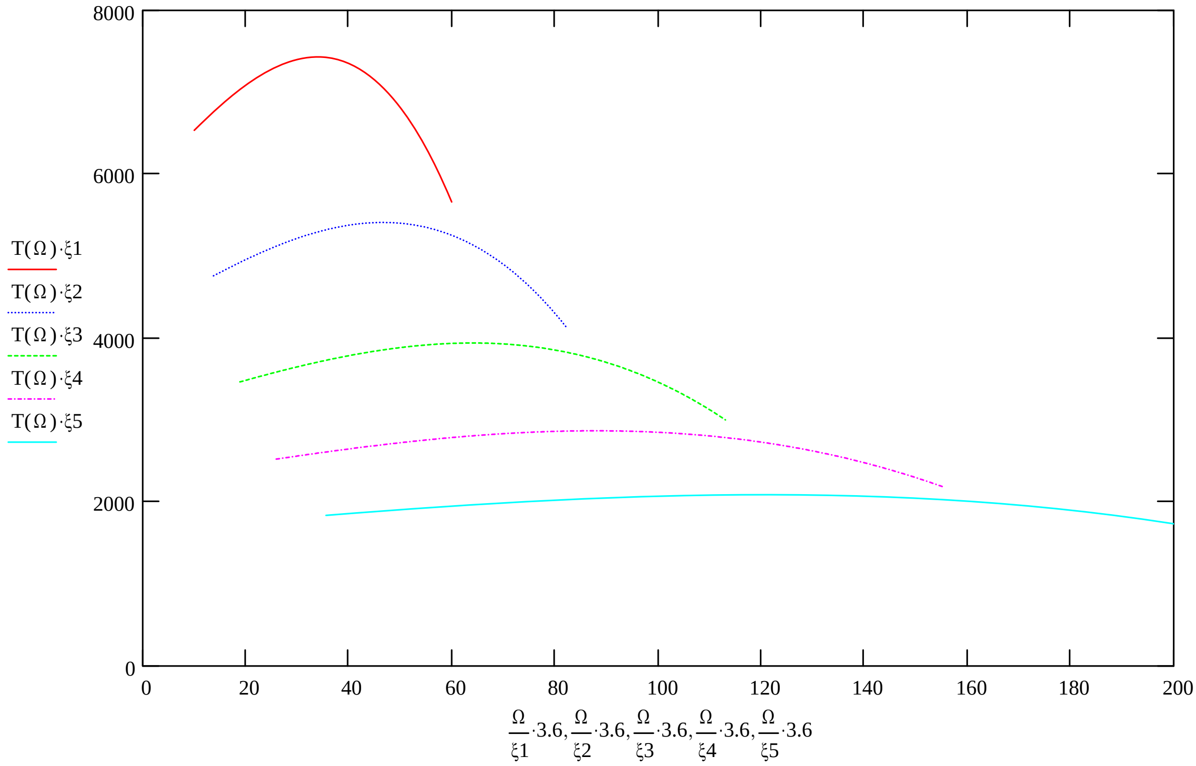
$$V34 := \frac{\Omega ef\_max}{\xi 3} \qquad V34 \cdot 3.6 = 84.853 \quad \text{km/h} \qquad V45 := \frac{\Omega ef\_max}{\xi 4} \qquad V45 \cdot 3.6 = 116.518 \quad \text{km/h}$$

$$Vv := 0, 0.1 .. \frac{160}{3.6} \qquad \Omega := \Omega ef\_min \cdot \frac{60}{2 \cdot \pi}, \Omega ef\_min \cdot \frac{60}{2 \cdot \pi} \cdot 1.01 .. \Omega ef\_max \cdot \frac{60}{2 \cdot \pi}$$



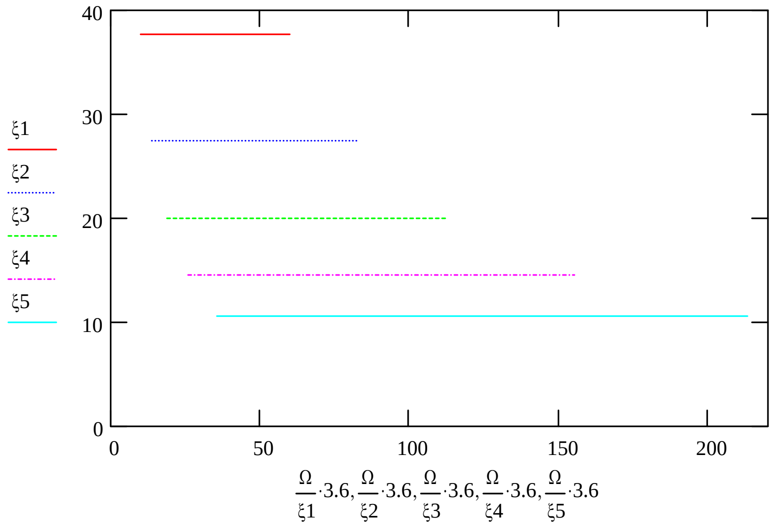
Curvas Fuerza-Velocidad

$$\Omega := 1000\cdot\frac{2\cdot\pi}{60} .. 6000\cdot\frac{2\cdot\pi}{60}$$



Solapamiento de velocidades:

Rangos de velocidades abarcadas por cada marcha



$\frac{\Omega min}{\xi 1} \cdot 3.6 = 10$ $\quad \frac{\Omega max}{\xi 1} \cdot 3.6 = 60$

$\frac{\Omega min}{\xi 2} \cdot 3.6 = 13.732$ $\quad \frac{\Omega max}{\xi 2} \cdot 3.6 = 82.391$

$\frac{\Omega min}{\xi 3} \cdot 3.6 = 18.856$ $\quad \frac{\Omega max}{\xi 3} \cdot 3.6 = 113.137$

$\frac{\Omega min}{\xi 4} \cdot 3.6 = 25.893$ $\quad \frac{\Omega max}{\xi 4} \cdot 3.6 = 155.357$

$\frac{\Omega min}{\xi 5} \cdot 3.6 = 35.556$ $\quad \frac{\Omega max}{\xi 5} \cdot 3.6 = 213.333$

Primera velocidad: $\frac{\Omega min}{\xi 1} \cdot 3.6 = 10$ $\quad \frac{\Omega max}{\xi 1} \cdot 3.6 = 60$

Segunda velocidad: $\frac{\Omega min}{\xi 2} \cdot 3.6 = 13.732$ $\quad \frac{\Omega max}{\xi 2} \cdot 3.6 = 82.391$

Tercera velocidad: $\frac{\Omega min}{\xi 3} \cdot 3.6 = 18.856$ $\quad \frac{\Omega max}{\xi 3} \cdot 3.6 = 113.137$

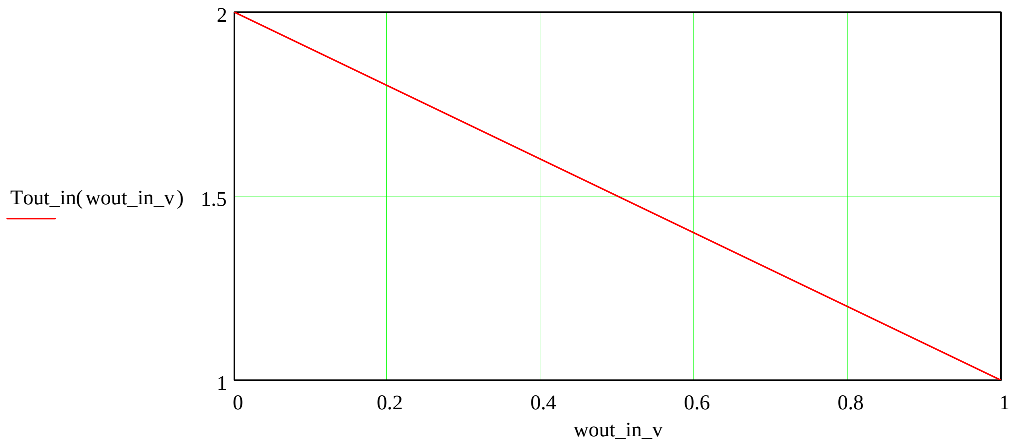
Cuarta velocidad: $\frac{\Omega min}{\xi 4} \cdot 3.6 = 25.893$ $\quad \frac{\Omega max}{\xi 4} \cdot 3.6 = 155.357$

Quinta velocidad: $\frac{\Omega min}{\xi 5} \cdot 3.6 = 35.556$ $\quad \frac{\Omega max}{\xi 5} \cdot 3.6 = 213.333$

En el caso de que en vez del embrague se utilice un convertidor de par cuya curva proporción par de salida a entrada /proporción de velocidad de salida respecto a la velocidad de entrada responde a la recta: Toutin=2-1.woutin, siendo:
woutin= cociente entre la velocidad de salida y la velocidad de entrada
Toutin= cociente entre el par a la salida y el par a la entrada

Dibujar para cada una de las siguientes velocidades 20, 40, 80 y 160 km/h las curvas fuerza de tracción-velocidad de giro del motor para cada una de las marchas admisibles a cada velocidad.

$\mathrm{Tout\_in}(\mathrm{wout\_in}) := 2 - 1. \cdot \mathrm{wout\_in}$ $\qquad \mathrm{wout\_in\_v} := 0, 0.01 .. 1$



$$Tout\_in(wout\_in) := if(wout\_in < 1, 2 - 1.\cdot wout\_in, 0)$$

El par de salida del convertidor de par resultará:

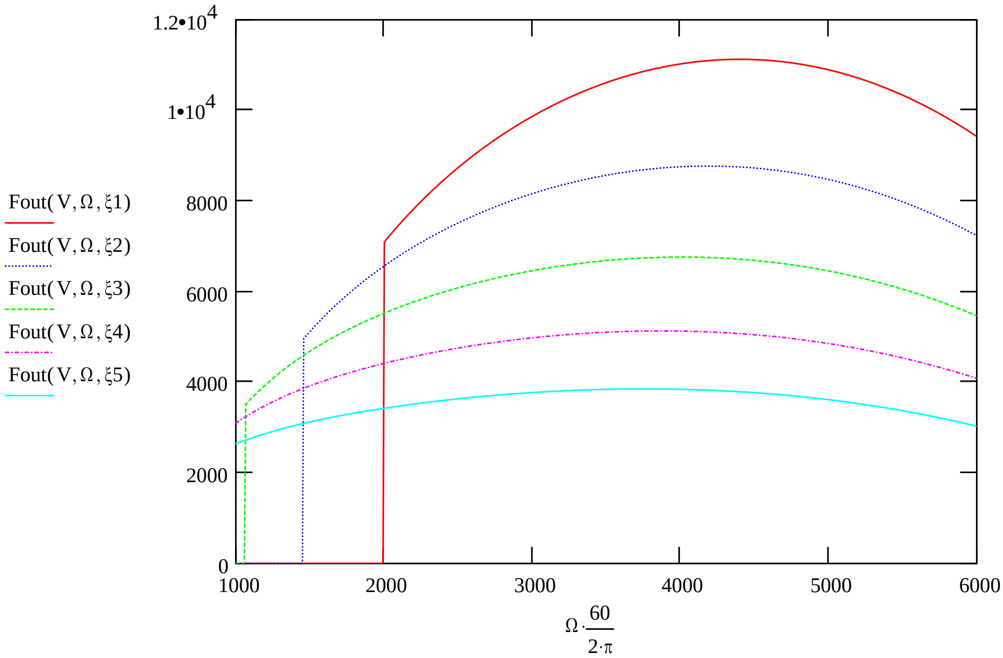
$$Tout(w\_motor, wout\_in) := T(w\_motor)\cdot Tout\_in(wout\_in)$$

Y la fuerza de salida a una velocidad del vehículo y para una marcha concreta será:

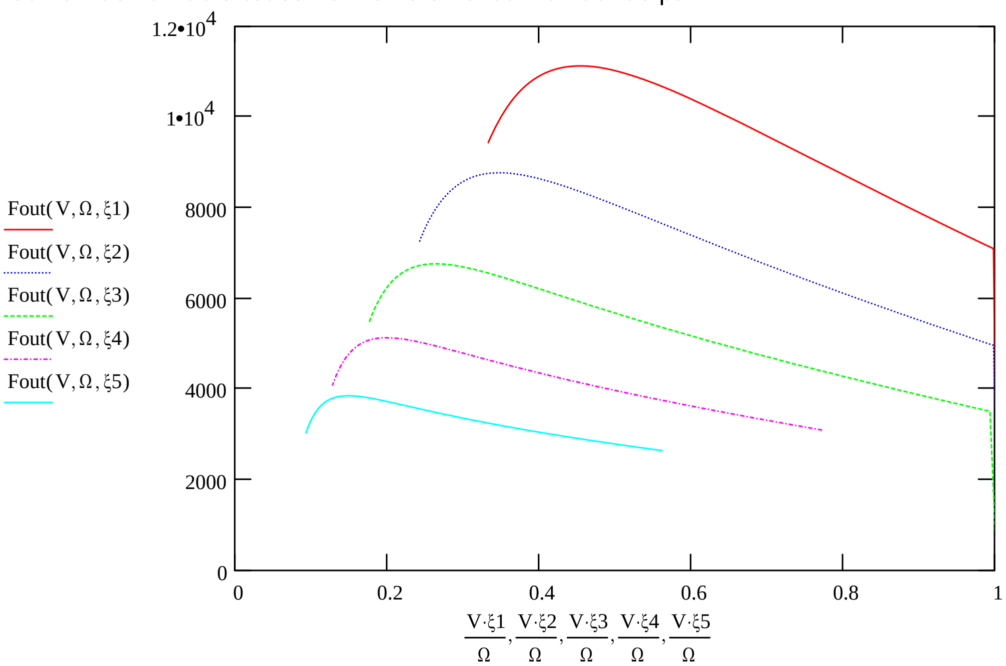
$$Fout(V, \Omega, \xi) := T(\Omega)\cdot \xi \cdot Tout\_in\left(\frac{V\cdot \xi}{\Omega}\right)$$

Dibujar para cada una de las siguientes velocidades 20, 40, 80 y 160 km/h las curvas fuerza de tracción-velocidad de giro del motor para cada una de las marchas admisibles a cada velocidad.

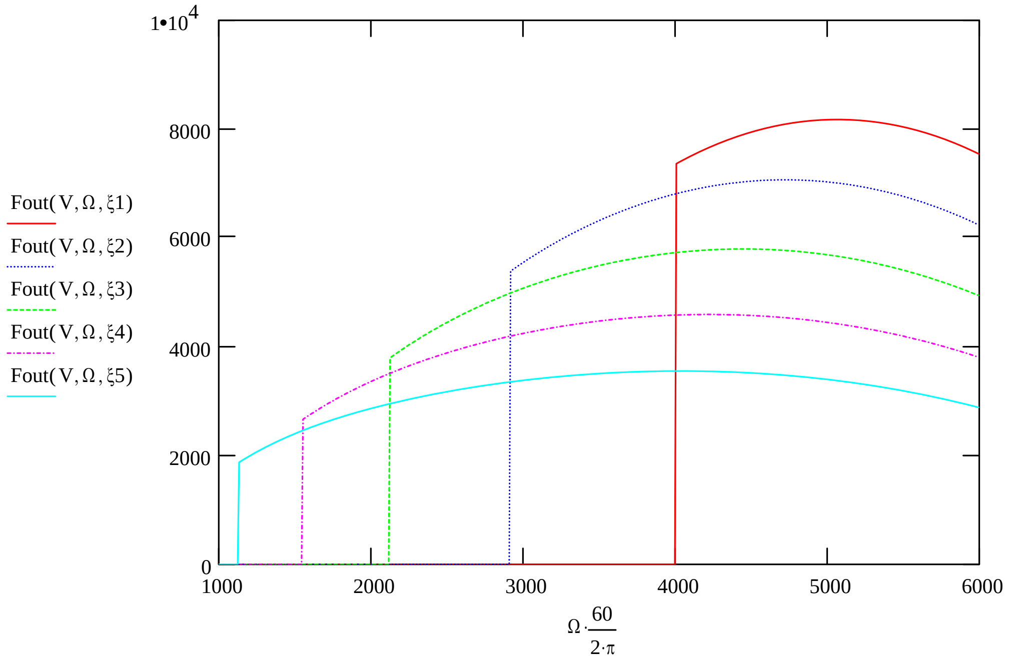
$$V := \frac{20}{3.6}$$

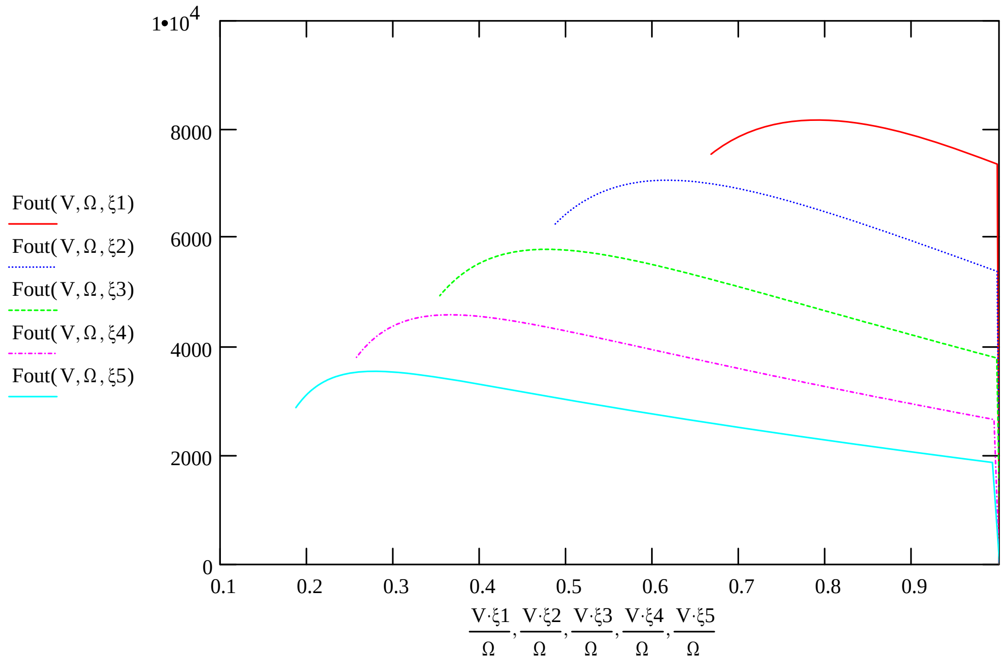


Curva Fuerza tractora/deslizamiento en el convertidor de par

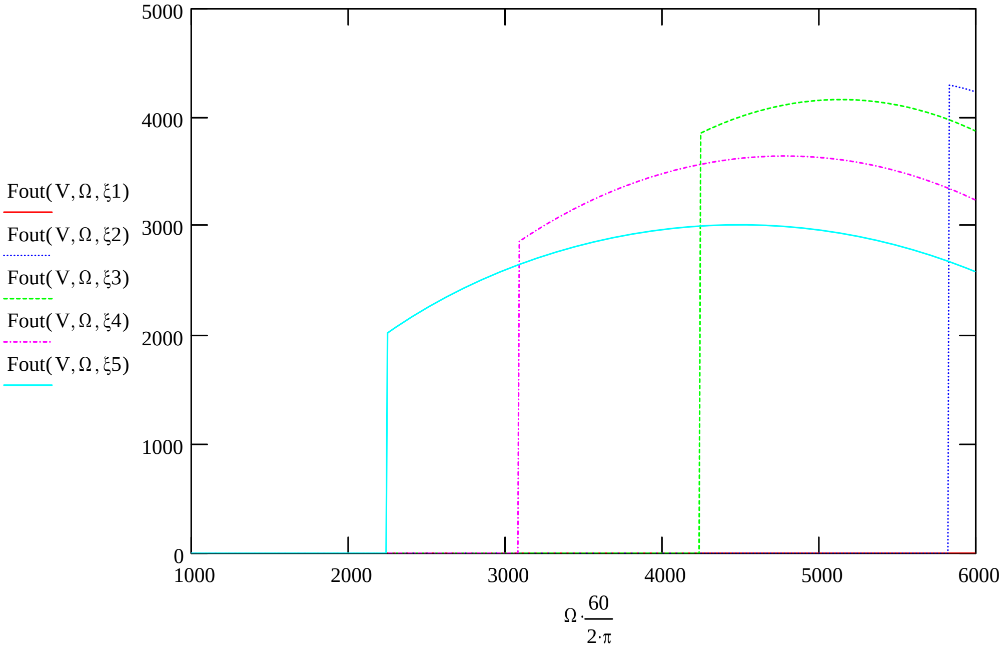


$V := \frac{40}{3.6}$

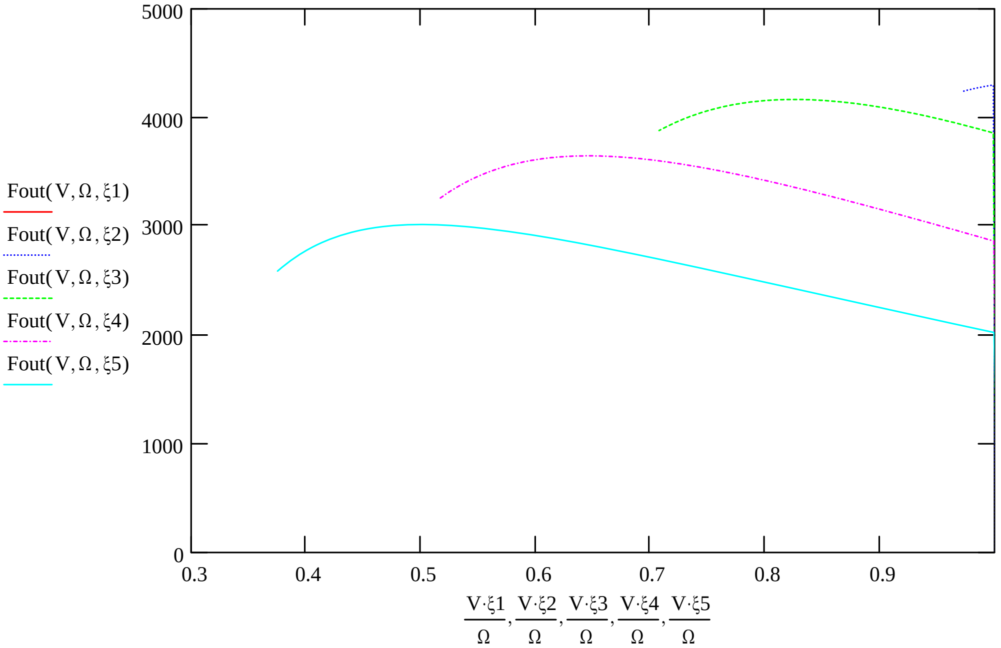

1•10^4
8000
6000
4000
2000
0
1000
2000
3000
4000
5000
6000
Fout(V, Ω, ξ1)
Fout(V, Ω, ξ2)
Fout(V, Ω, ξ3)
Fout(V, Ω, ξ4)
Fout(V, Ω, ξ5)
Ω·60/(2·π)


1•10^4
8000
6000
4000
2000
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
Fout(V, Ω, ξ1)
Fout(V, Ω, ξ2)
Fout(V, Ω, ξ3)
Fout(V, Ω, ξ4)
Fout(V, Ω, ξ5)
V·ξ1/Ω, V·ξ2/Ω, V·ξ3/Ω, V·ξ4/Ω, V·ξ5/Ω

$$V := \frac{80}{3.6}$$

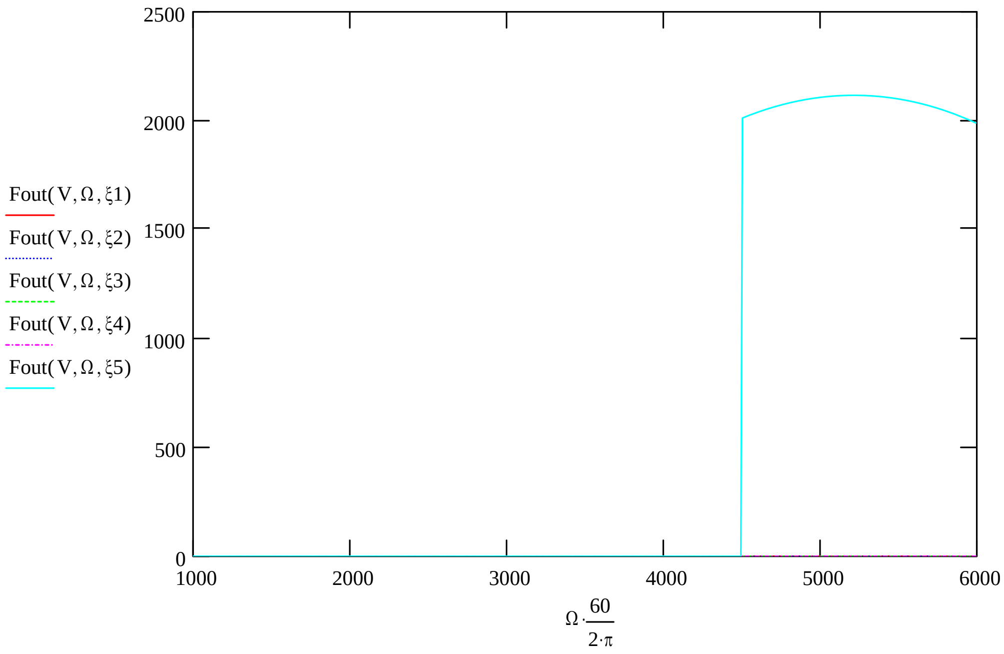


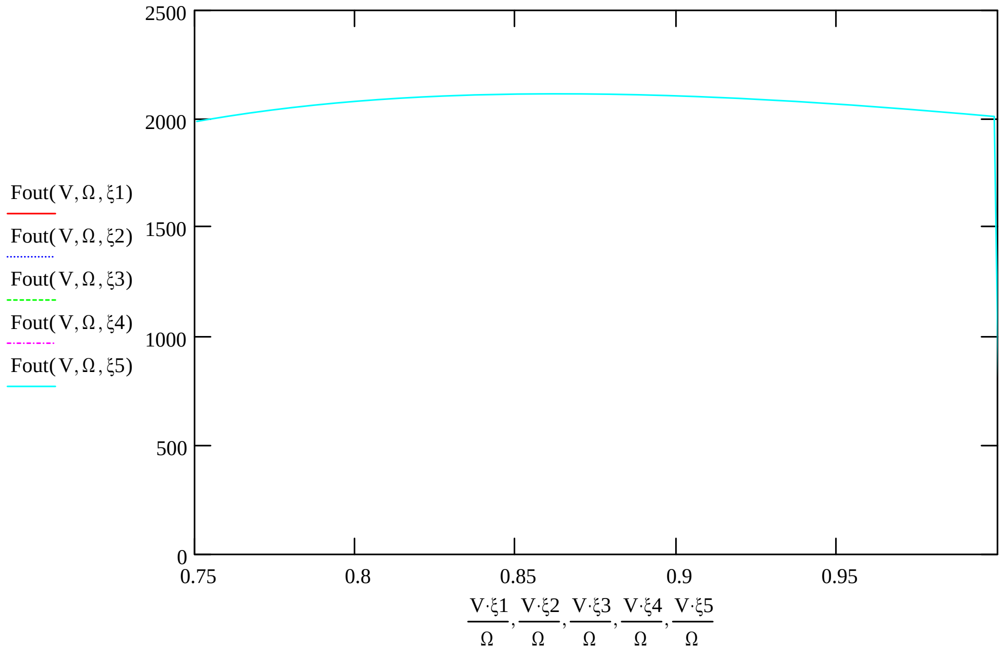
5000
4000
3000
2000
1000
0
1000
2000
3000
4000
5000
6000
Fout(V, Ω, ξ1)
Fout(V, Ω, ξ2)
Fout(V, Ω, ξ3)
Fout(V, Ω, ξ4)
Fout(V, Ω, ξ5)
$\Omega \cdot \frac{60}{2 \cdot \pi}$



5000
4000
3000
2000
1000
0
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
Fout(V, Ω, ξ1)
Fout(V, Ω, ξ2)
Fout(V, Ω, ξ3)
Fout(V, Ω, ξ4)
Fout(V, Ω, ξ5)
$\frac{V \cdot \xi 1}{\Omega}, \frac{V \cdot \xi 2}{\Omega}, \frac{V \cdot \xi 3}{\Omega}, \frac{V \cdot \xi 4}{\Omega}, \frac{V \cdot \xi 5}{\Omega}$

$$V := \frac{160}{3.6}$$





Representación de las curvas fuerza tractora máxima-velocidad para cada marcha:

$$\mathrm{Fout}(V, \Omega, \xi) = \left(A_0 \cdot \Omega^3 + A_1 \cdot \Omega^2 + A_2 \cdot \Omega + A_3\right) \cdot \xi \cdot \left(2. - 1. \cdot V \cdot \frac{\xi}{\Omega}\right)$$

Derivando en esta expresión e igualando a cero:

$$\left(3 \cdot A_0 \cdot \Omega^2 + 2 \cdot A_1 \cdot \Omega + A_2\right) \cdot \xi \cdot \left(2. - 1. \cdot V \cdot \frac{\xi}{\Omega}\right) + 1. \cdot \left(A_0 \cdot \Omega^3 + A_1 \cdot \Omega^2 + A_2 \cdot \Omega + A_3\right) \cdot \xi^2 \cdot \frac{V}{\Omega^2} = 0$$

$\Omega := 350$

$$\Omega\_opt(V,\xi) := \left| \begin{array}{l} \Omega\_opt \leftarrow root\left[\left(3\cdot A_0\cdot\Omega^2 + 2\cdot A_1\cdot\Omega + A_2\right)\cdot\xi\cdot\left(2. - 1.\cdot V\cdot\frac{\xi}{\Omega}\right) + 1.\cdot\left(A_0\cdot\Omega^3 + A_1\cdot\Omega^2 + A_2\cdot\Omega + A_3\right)\cdot\xi^2\cdot\frac{V}{\Omega^2}, \Omega\right] \\ \Omega\_opt \leftarrow \Omega max \;\; \text{if } \Omega\_opt > \Omega max \\ \Omega\_opt \leftarrow \Omega min \;\; \text{if } \Omega\_opt < \Omega min \\ \text{return } \Omega\_opt \end{array} \right.$$

$V := \frac{20}{3.6}$

$\Omega\_opt(V,\xi 1) = 460.922$

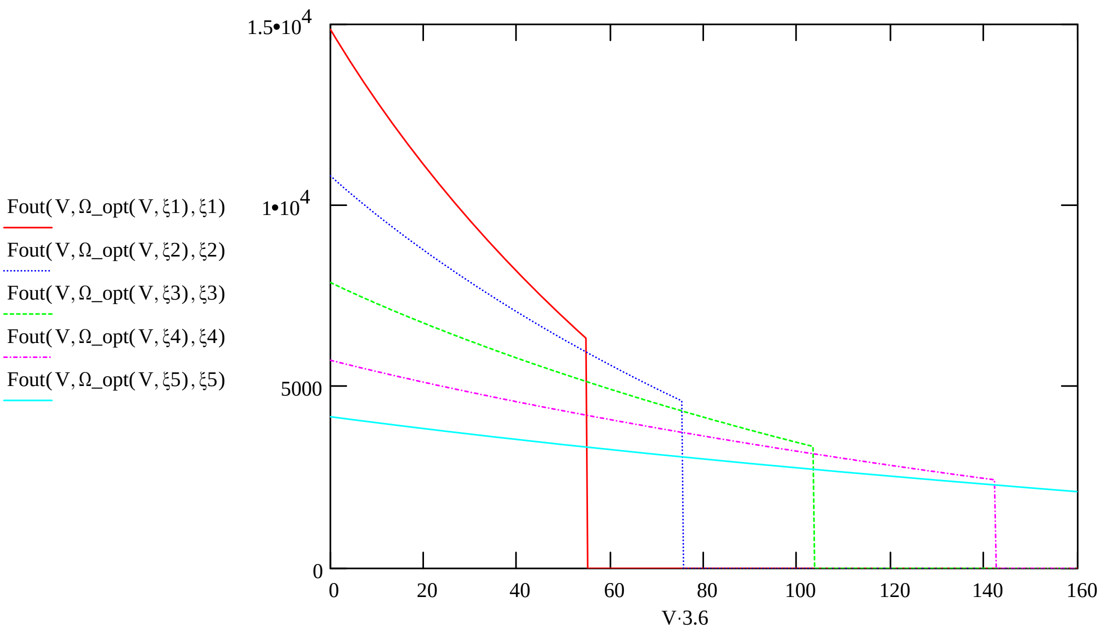
$\Omega\_opt(V,\xi 2) = 438.29$

$\frac{V\cdot\xi 1}{\Omega\_opt(V,\xi 1)} = 0.454$

$\frac{V\cdot\xi 2}{\Omega\_opt(V,\xi 2)} = 0.348$

Las curvas de esfuerzo tractor máximo a cada velocidad y relación de marcha se representan en la figura

$V := 0, 0.1 .. \frac{160}{3.6}$



La potencia del motor es:

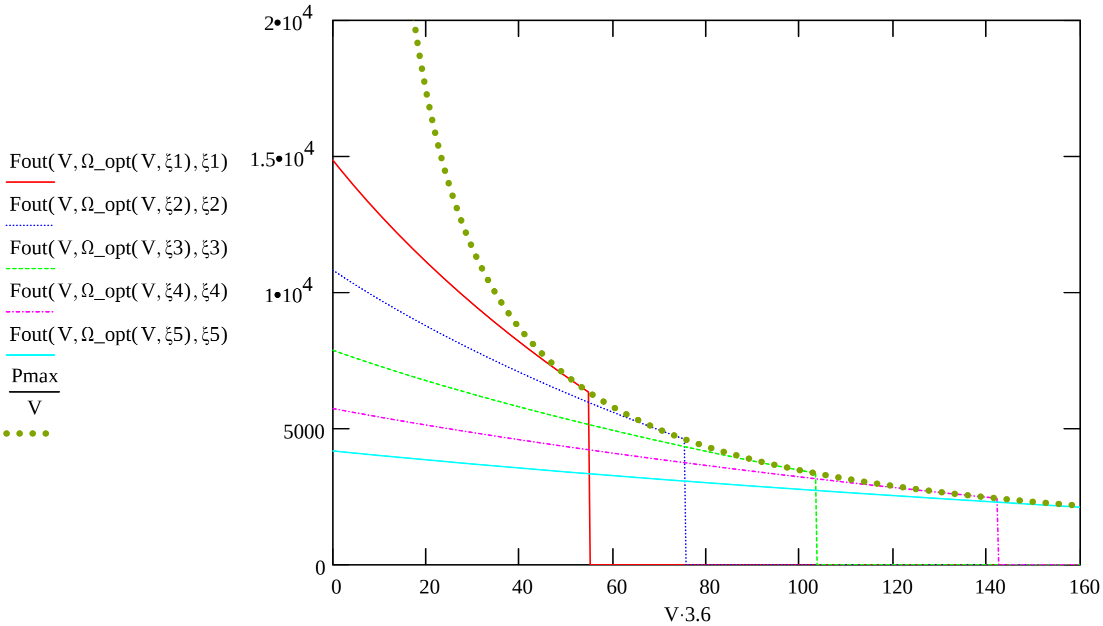
$$P(\Omega) = \left(A_0\cdot\Omega^3 + A_1\cdot\Omega^2 + A_2\cdot\Omega + A_3\right)\cdot\Omega$$

$$\frac{d}{d\Omega}P(\Omega) = \left(3\cdot A_0\cdot\Omega^2 + 2\cdot A_1\cdot\Omega + A_2\right)\cdot\Omega + A_0\cdot\Omega^3 + A_1\cdot\Omega^2 + A_2\cdot\Omega + A_3$$

$$root\left[\left(3\cdot A_0\cdot\Omega^2 + 2\cdot A_1\cdot\Omega + A_2\right)\cdot\Omega + A_0\cdot\Omega^3 + A_1\cdot\Omega^2 + A_2\cdot\Omega + A_3, \Omega\right]\cdot\frac{60}{(2\cdot\pi)} = 5.498\cdot 10^3$$

$$\Omega pmax := root\left[\left(3\cdot A_0\cdot\Omega^2 + 2\cdot A_1\cdot\Omega + A_2\right)\cdot\Omega + A_0\cdot\Omega^3 + A_1\cdot\Omega^2 + A_2\cdot\Omega + A_3, \Omega\right]$$

$Pmax := T(\Omega pmax)\cdot\Omega pmax$ $\qquad$ $Pmax = 9.652\cdot 10^4$



Se observa que entre 40 y 160 km/h se puede conseguir una fuerza muy próxima a la de máxima potencia a cualquier velocidad.