Un automóvil (VW Polo GTI 1,8 Turbo 150 CV tiene una masa en vacío de 1164 Kg y un peso máximo autorizado de 1700 Kg, dispone de neumáticos 205/45 R16V. La curva de par del motor puede aproximarse mediante la expresión.

Tm(V)=151,812+0,479Ω-7,086.$10^{-4}\Omega^2$ (par en N.m y Ω en rad/s)

Distancia entre ejes 2.464 mm.
Posición del cdg a 1.100 mm del eje delantero y a 650 mm de altura sobre la carretera (en todas las condiciones de carga)

El motor es capaz de funcionar sin calarse ni sin sobepasar su velocidadd máxima de diseño entre 1000 y 6500 rpm

El vehículo está pensado para alcanzar una velocidad máxima de 180 km/h sin superar una velocidad de giro del motor de 5600 rpm..

La resistencia al avance del vehículo en horizontal puede aproximarse mediante la expresión:

R(V)=0,02W+0,3*0.5*V^2

Donde el peso del vehículo W y la resistencia al avance R(V) se expresan en N y la velocidad V en m/s

El diferencial presenta una relación de transmisión 3,65

El rendimiento de los diferentes componentes de transmisión puede concentrarse en la caja de velocidades y en el diferencial con los siguientes valores:

diferencial: η_d=0,98
Caja de velocidades: η_{cv}=0,96

Se pretende poder arrancar el coche retirando el pie del embrague a partir de 10 km/h, además, entre 35 km/h y la velocidad máxima se pretende poder seleccionar una velocidad del motor comprendida en 4000 rpm y 5600 rpm.

Determinar:
1. nº de marchas a utilizar en la caja de velocidades
2. Relaciones de transmisión a utilizar en la caja de velocidades
3. Dibujar las curvas Fuerza-velocidad de avance para las diferentes marchas
4. Velocidad máxima de circulación para las siguientes rampas, 0%, 5%, 10%, 20% circulando con máxima carga
5. Tiempo mínimo que tardará en alcanzar una velocidad de 160 km/ con máxima carga

Se consideran condiciones de carretera seca μ=0,85

$\eta d := 0.98$ $\eta cv := 0.96$ $L := 2.464$ $L1 := 1.1$ $h := 0.65$ $\mu := 0.85$

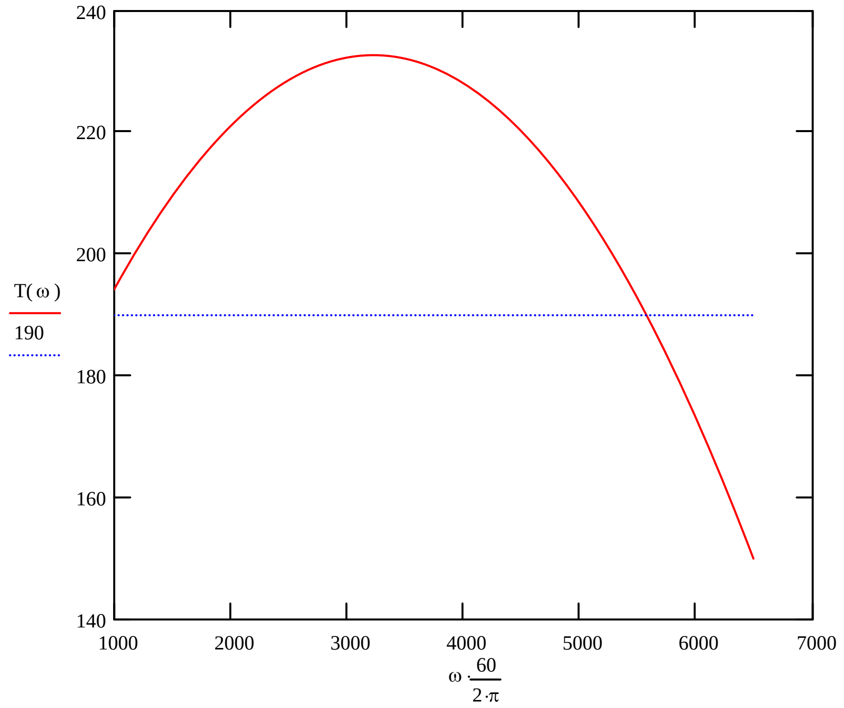
$$T(\Omega) := 151.812 + 0.479\cdot\Omega - 7.086\cdot10^{-4}\cdot\Omega^2$$

$$A := \begin{bmatrix} -7.086\cdot10^{-4} \\ 0.479 \\ 151.812 \end{bmatrix}$$

$$R(V,W) := 0.02\cdot W + 0.3\cdot 0.5\cdot V^2$$

M_vacio := 1164 M_maximo := 1700 D_rueda := 0.5909

$$\omega := 1000\cdot\frac{2\cdot\pi}{60} .. 6500\cdot\frac{2\cdot\pi}{60}$$



Las velocidades deben garantizar que el vehículo circule entre 10 km/h y 180 km/h sin necesidad de que exista deslizamiento en el embrague.

En el motor existen unas velocidades de funcionamiento efectivas y unas velocidades límite

Consideraremos como velocidad máxima efectiva Ωef_max.

$\Omega ef\_min := 4000 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{60}$ $\qquad \Omega ef\_max := 5600 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{60}$

Consideraremos como velocidades límite Ωlim_min y Ωlim_max

$\Omega lim\_min := 1000 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{60}$ $\qquad \Omega lim\_max := 6500 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{60}$

Supongamos en principio 5 marchas. Las relaciones de transmisión correspondientes a la primera y quinta marchas las definimos, en principio por:

$\xi 1 := \frac{\Omega lim\_min}{\frac{10}{3.6}}$ $\qquad \xi 1 = 37.699$ rad/m

Con esta relación de transmisión a 35 km/h la velocidad del motor resulta:

$\Omega := \xi 1 \cdot \frac{35}{3.6}$ $\qquad \Omega \cdot \frac{60}{2 \cdot \pi} = 3.5 \bullet 10^3$ rpm

Este valor es inferior a las 4000 rpm que ponemos como límite inferiorr. Elegimos ξ1 imponiendo que a 35 km/h la velocidad del motor sea 4000 rpm

$\xi 1 := \frac{\Omega ef\_min}{\frac{35}{3.6}}$ $\qquad \xi 1 = 43.085$ rad/m

La relación d etransmisión en 5ª se obtiene a partir de la máxima velocidad de circulación y de la máxima efectiva del motor:

$$\xi 5 := \frac{\Omega ef\_max}{\frac{180}{3.6}} \qquad \xi 5 = 11.729 \quad \text{rad/m}$$

Además para obtener relaciones de marcha en progresión geométrica se debe cumplir:

$$\xi 1 = k \cdot \xi 2 = k^2 \cdot \xi 3 = k^3 \cdot \xi 4 = k^4 \cdot \xi 5$$

Por tanto: $k := \sqrt[4]{\frac{\xi 1}{\xi 5}}$ $\quad k = 1.384$ De donde:

$$\xi 2 := \frac{\xi 1}{k} \qquad \xi 2 = 31.121 \qquad \xi 3 := \frac{\xi 2}{k} \qquad \xi 3 = 22.479$$

$$\xi 4 := \frac{\xi 3}{k} \qquad \xi 4 = 16.237 \qquad \xi 5 := \frac{\xi 4}{k} \qquad \xi 5 = 11.729$$

De esta forma la velocidad del motor a la que podremos realizar el cambio a una marcha inferior es:

$$\frac{\Omega ef\_min}{\xi_i} = \frac{\Omega ef\_max}{\xi_{i-1}} \qquad \text{o bien:} \qquad \Omega ef\_min = \Omega ef\_max \cdot \frac{\xi_i}{\xi_{i-1}} = \frac{\Omega ef\_max}{k}$$

$$\Omega ef\_min := \frac{\Omega ef\_max}{k} \qquad \Omega ef\_min \cdot \frac{60}{2 \cdot \pi} = 4.045 \bullet 10^3 \quad \text{rpm}$$

Velocidad superior a las 4000 rpm definidas como valor mínimo. Por tanto es válido utilizar 5 marchas

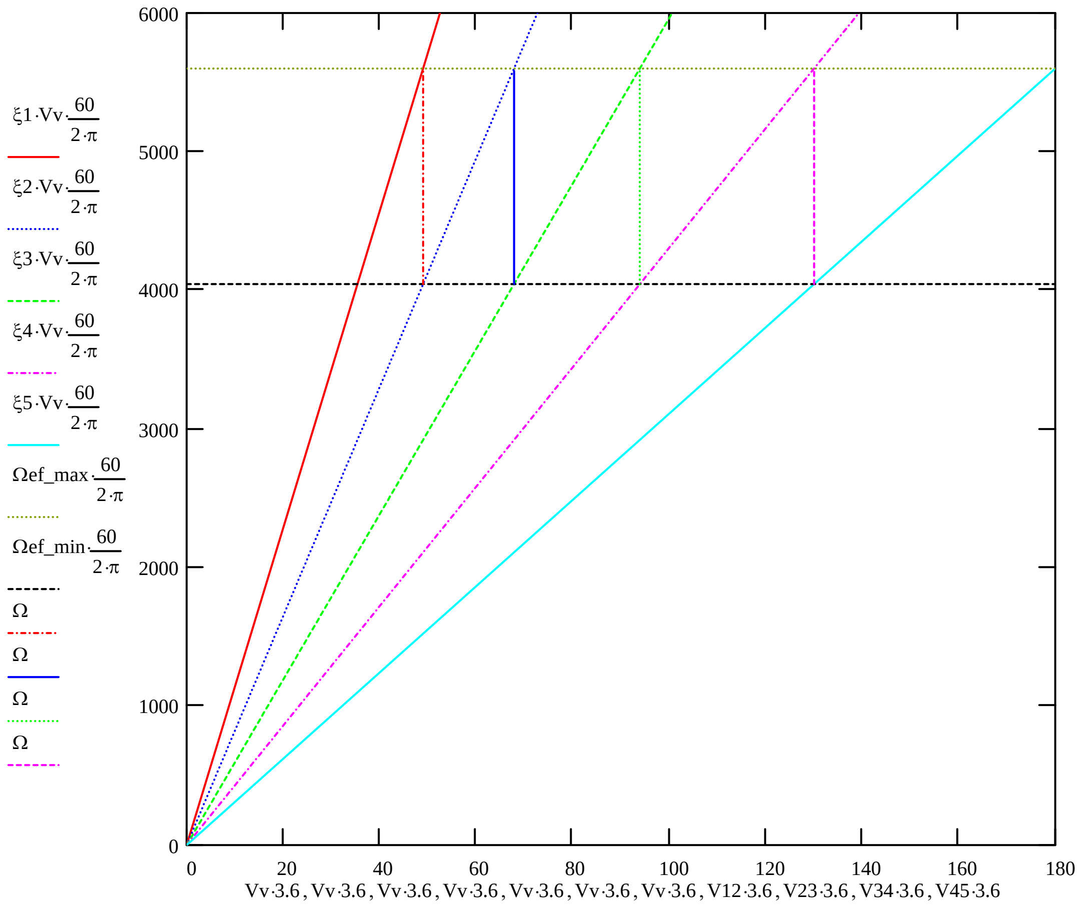
Las velocidades de cambio resultan:

$$V12 := \frac{\Omega ef\_max}{\xi 1} \qquad V12 \cdot 3.6 = 49 \quad \text{km/h} \qquad V23 := \frac{\Omega ef\_max}{\xi 2} \qquad V23 \cdot 3.6 = 67.837 \quad \text{km/h}$$

$$V34 := \frac{\Omega ef\_max}{\xi 3} \qquad V34 \cdot 3.6 = 93.915 \quad \text{km/h} \qquad V45 := \frac{\Omega ef\_max}{\xi 4} \qquad V45 \cdot 3.6 = 130.018 \quad \text{km/h}$$

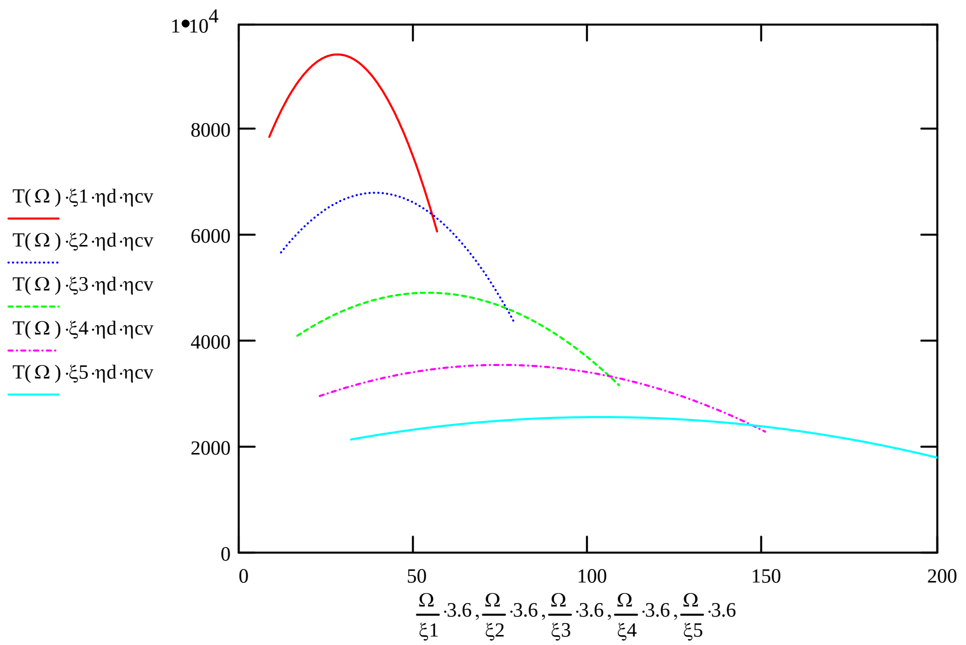
Representación de los resultados:

$$Vv := 0, 0.1 .. \frac{180}{3.6} \qquad \Omega := \Omega ef\_min\cdot\frac{60}{2\cdot\pi}, \Omega ef\_min\cdot\frac{60}{2\cdot\pi}\cdot 1.01 .. \Omega ef\_max\cdot\frac{60}{2\cdot\pi}$$



Curvas Fuerza-Velocidad

$$\Omega := 1000\cdot\frac{2\cdot\pi}{60} .. 6500\cdot\frac{2\cdot\pi}{60}$$

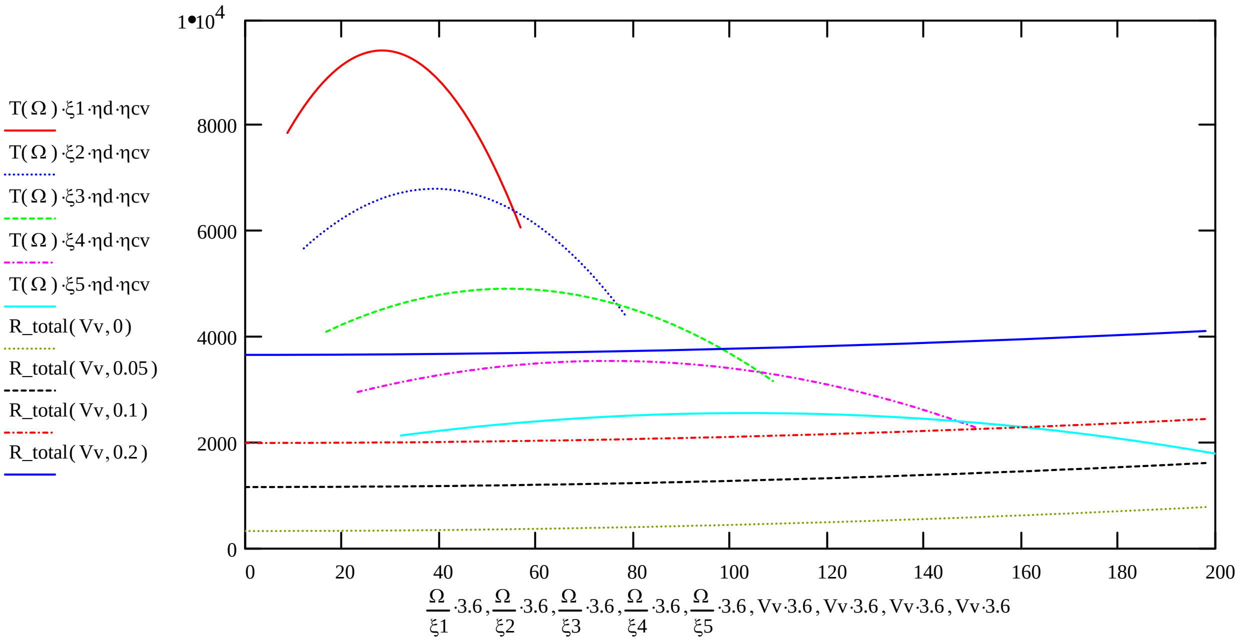


4. Velocidad máxima de circulación para las siguientes rampas, 0%, 5%, 10%, 20%circulando con máxima carga

El esfuerzo esistente es la suma de la resistencia en horizontal más la debida a la rampa::

$$R\_total(V, sen\theta) := R(V, M\_maximo \cdot 9.81) + M\_maximo \cdot 9.81 \cdot sen\theta$$

$$Vv := 0, 1 .. \frac{200}{3.6}$$



Vemos que en la rampa del 20% la máxima velocidad de equilibrio se alcanza en 3ª

Valor inicial para iterar: $Vel := 25$

$V\_20\% := root(R\_total(Vel, 0.2) - T(Vel \cdot \xi 3) \cdot \xi 3 \cdot \eta d \cdot \eta cv, Vel)$ $\quad V\_20\% \cdot 3.6 = 98.331$

Vemos que en la rampa del 10% la máxima velocidad de equilibrio se alcanza en 4ª

Valor inicial para iterar: $Vel := \frac{140}{3.6}$

$V\_10\% := root(R\_total(Vel, 0.1) - T(Vel \cdot \xi 4) \cdot \xi 4 \cdot \eta d \cdot \eta cv, Vel)$ $\quad V\_10\% \cdot 3.6 = 151.444$

Vemos que en la rampa del 5% la máxima velocidad de equilibrio se alcanza en 5ª

Valor inicial para iterar: $Vel := \frac{140}{3.6}$

$V\_05\% := root(R\_total(Vel, 0.05) - T(Vel \cdot \xi 5) \cdot \xi 5 \cdot \eta d \cdot \eta cv, Vel)$ $\quad V\_05\% \cdot 3.6 = 207.916$

Vemos que en la rampa del 0% la máxima velocidad de equilibrio se alcanza en 5ª

Valor inicial para iterar: $Vel := \frac{140}{3.6}$

$V\_0\% := root(R\_total(Vel, 0) - T(Vel \cdot \xi 5) \cdot \xi 5 \cdot \eta d \cdot \eta cv, Vel)$ $\quad V\_0\% \cdot 3.6 = 240.967$

5. Tiempo mínimo que tardará en alcanzar una velocidad de 160 km/ con máxima carga

La relación del diferencial es: $\rho d := 3.65$

El perímetro de la rueda es: $Lr := \pi \cdot D\_rueda$ $\qquad R\_rueda := \dfrac{D\_rueda}{2}$

La relación de transmisión de la caja de velocidades es:

$$\rho_1 := \xi 1 \cdot \frac{Lr}{\rho d \cdot 2 \cdot \pi} \qquad \rho_1 = 3.487$$

$$\rho_2 := \xi 2 \cdot \frac{Lr}{\rho d \cdot 2 \cdot \pi} \qquad \rho_2 = 2.519$$

$$\rho_3 := \xi 3 \cdot \frac{Lr}{\rho d \cdot 2 \cdot \pi} \qquad \rho_3 = 1.82$$

$$\rho_4 := \xi 4 \cdot \frac{Lr}{\rho d \cdot 2 \cdot \pi} \qquad \rho_4 = 1.314$$

$$\rho_5 := \xi 5 \cdot \frac{Lr}{\rho d \cdot 2 \cdot \pi} \qquad \rho_5 = 0.949$$

Determinación de las velocidades a las que se debe producir el cambio de marchas para máximas prestaciones de aceleración:

$V12 := 25$

$$V12 := \mathrm{root}(T(V12 \cdot \xi 1) \cdot \xi 1 \cdot \eta d \cdot \eta cv - T(V12 \cdot \xi 2) \cdot \xi 2 \cdot \eta d \cdot \eta cv, V12) \qquad 3.6 \cdot V12 = 55.385$$

$V23 := 25$

$$V23 := \mathrm{root}(T(V23 \cdot \xi 2) \cdot \xi 2 \cdot \eta d \cdot \eta cv - T(V23 \cdot \xi 3) \cdot \xi 3 \cdot \eta d \cdot \eta cv, V23) \qquad 3.6 \cdot V23 = 76.676$$

$V34 := 25$

$$V34 := \mathrm{root}(T(V34 \cdot \xi 3) \cdot \xi 3 \cdot \eta d \cdot \eta cv - T(V34 \cdot \xi 4) \cdot \xi 4 \cdot \eta d \cdot \eta cv, V34) \qquad 3.6 \cdot V34 = 106.152$$

$V45 := 25$

$$V45 := \mathrm{root}(T(V45 \cdot \xi 4) \cdot \xi 4 \cdot \eta d \cdot \eta cv - T(V45 \cdot \xi 5) \cdot \xi 5 \cdot \eta d \cdot \eta cv, V45) \qquad 3.6 \cdot V45 = 146.96$$

Otra forma de resolverlo:

Velocidades de cambio de marcha para máximas prestaciones:

La velocidad de giro del motor a una velocidad V puede expresarse:

$$\Omega = \frac{V \cdot \rho_n \cdot \rho d}{R\_rueda}$$

Igualamos esfuerzos tractores para una misma velocidad de avance en ambas marchas

$$Tm\left(\frac{V \cdot \rho_{n+1} \cdot \rho d}{R\_rueda}\right) \cdot \frac{\rho_{n+1} \cdot \rho d}{R\_rueda} = Tm\left(\frac{V \cdot \rho_n \cdot \rho d}{R\_rueda}\right) \cdot \frac{\rho_n \cdot \rho d}{R\_rueda}$$

Esta ecuación puede ponerse en la forma

$$Tm\left(\frac{V\cdot\rho_{n+1}\cdot\rho d}{R\_rueda}\right)=\frac{\rho_n}{\rho_{n+1}}\cdot Tm\left(\frac{V\cdot\rho_n\cdot\rho d}{R\_rueda}\right) \qquad \text{o bien:} \qquad Tm(\omega)-\frac{\rho_n}{\rho_{n+1}}\cdot Tm\left(\omega\cdot\frac{\rho_n}{\rho_{n+1}}\right)=0$$

Denominando $k=\dfrac{\rho_n}{\rho_{n+1}}$ y sustituyendo la expresión del par motor

$$A_0\cdot w^2+A_1\cdot w+A_2-k\cdot\left[A_0\cdot(w\cdot k)^2+A_1\cdot w\cdot k+A_2\right]=0$$

o bien: $A_0\cdot w^2\cdot\left(1-k^3\right)+A_1\cdot w\cdot\left(1-k^2\right)+A_2\cdot(1-k)=0$

La velocidad del motor (correspondiente a la marcha más alta) a la que se produce la intersección entre las fuerzas tractoras correspondientes a dos marchas es:

$$w\_cambio(k):=-\frac{A_1\cdot\left(1-k^2\right)}{2\cdot A_0\cdot\left(1-k^3\right)}+\sqrt{\left[\frac{A_1\cdot\left(1-k^2\right)}{2\cdot A_0\cdot\left(1-k^3\right)}\right]^2-\frac{A_2\cdot(1-k)}{A_0\cdot\left(1-k^3\right)}}$$

$w\_cambio(k) = 478.788$ $\qquad V(i,j):=w\_cambio\left(\dfrac{\rho_i}{\rho_j}\right)\cdot\dfrac{R\_rueda}{\rho_j\cdot\rho d}\cdot 3.6$

$V(1,2) = 55.385$ $\qquad V(2,3) = 76.676$ $\qquad V(3,4) = 106.152$ $\qquad V(4,5) = 146.96$

El tiempo mínimo para alcanzar 160 km/h se produciría apurando el embrague hasta que el motor alcance el par máximo en el arranque. Sin embargo, ésta no es la forma habitual de utilizar el automóvil. Resolveremos el problema suponiendo que entre 0 y 10 km/h el par aplicado en el motor es el que corresponde a 1000 rpm. A partir de 10 km/h supondremos que se libera el pedal del embrague.

$M:=M\_maximo$ $\qquad M = 1.7\cdot 10^3$

Primero integraremos el tiempo y después aplicaremos un procedimiento más general para obtener
el tiempo y la distancia recorrida.

Integración de la ecuación de movimiento:

$$F(V)-R(V,W)=M\cdot\frac{d}{dt}V \qquad t=t0+\int_{V0}^{V}\frac{M}{F(V)-R(V,W)}\,dV$$

Esfuerzo tractor máximo admitido por la adherencia de las ruedas posteriores:

$$Wrs:=M\cdot 9.81\cdot\frac{L1}{L}$$

$$Fmax=\mu\cdot\left(Wrs+Fmax\cdot\frac{h}{L}\right)$$

$$Fmax:=\mu\cdot\frac{Wrs}{\left(1-\mu\cdot\dfrac{h}{L}\right)} \qquad Fmax = 8.157\cdot 10^3 \ \ \text{N}$$

La integración de la ecuación del tiempo en función de la velocidad puede hacerse analíticamente:

$$\int_{V1}^{V2} \frac{M}{A \cdot x^2 + B \cdot x + C}\,dx = \frac{2}{\sqrt{4 \cdot C \cdot A - B^2}} \cdot \operatorname{atan}\left[\frac{(2 \cdot A \cdot V2 + B)}{\sqrt{4 \cdot C \cdot A - B^2}}\right] \cdot M - \frac{2}{\sqrt{4 \cdot C \cdot A - B^2}} \cdot \operatorname{atan}\left[\frac{(2 \cdot A \cdot V1 + B)}{\sqrt{4 \cdot C \cdot A - B^2}}\right] \cdot M$$

Sin embargo utilizaremos la capacidad de Mathcad de resolverla numéricamente:

Integración entre 0 y 10 km/h

$$F10 := \operatorname{if}\left(T\left(\xi1 \cdot \frac{10}{3.6}\right) \cdot \xi1 \cdot \eta cv \cdot \eta d \geq Fmax, Fmax, T\left(\xi1 \cdot \frac{10}{3.6}\right) \cdot \xi1 \cdot \eta cv \cdot \eta d\right)$$

$$t1 := \int_{0}^{\frac{10}{3.6}} \frac{M}{F10 - R(V, M \cdot 9.81)}\,dV \qquad t1 = 0.611$$

Integracion entre 10 km/h y V12

$$F1(V) := \operatorname{if}(T(\xi1 \cdot V) \cdot \xi1 \cdot \eta cv \cdot \eta d \geq Fmax, Fmax, T(\xi1 \cdot V) \cdot \xi1 \cdot \eta cv \cdot \eta d)$$

$$t12 := t1 + \int_{\frac{10}{3.6}}^{V12} \frac{M}{F1(V) - R(V, M \cdot 9.81)}\,dV \qquad t12 = 3.426$$

Integracion entre V12 y V23

$$F2(V) := \operatorname{if}(T(\xi2 \cdot V) \cdot \xi2 \cdot \eta cv \cdot \eta d \geq Fmax, Fmax, T(\xi2 \cdot V) \cdot \xi2 \cdot \eta cv \cdot \eta d)$$

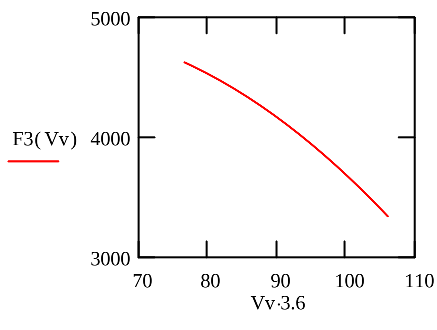
$$t23 := t12 + \int_{V12}^{V23} \frac{M}{F2(V) - R(V, M \cdot 9.81)}\,dV \qquad t23 = 5.362$$

Integracion entre V23 y V34

$$F3(V) := \operatorname{if}(T(\xi3 \cdot V) \cdot \xi3 \cdot \eta cv \cdot \eta d \geq Fmax, Fmax, T(\xi3 \cdot V) \cdot \xi3 \cdot \eta cv \cdot \eta d)$$

$$Vv := V23, 1.001 \cdot V23 .. V34$$

$$t34 := t23 + \int_{V23}^{V34} \frac{M}{F3(V) - R(V, M \cdot 9.81)}\,dV \qquad t34 = 9.236$$

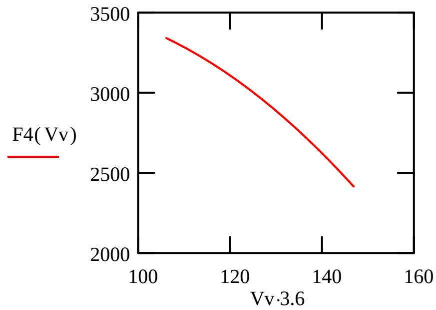


Integracion entre V34 y V45

$$F4(V) := \operatorname{if}(T(\xi4 \cdot V) \cdot \xi4 \cdot \eta cv \cdot \eta d \geq Fmax, Fmax, T(\xi4 \cdot V) \cdot \xi4 \cdot \eta cv \cdot \eta d)$$

$$t45 := t34 + \int_{V34}^{V45} \frac{M}{F4(V) - R(V, M\cdot 9.81)}\,dV \qquad t45 = 17.34$$

$Vv := V34, 1.001\cdot V34 .. V45$



Integracion entre V45 y 160 km/h

$$F5(V) := \text{if}(T(\xi 5\cdot V)\cdot \xi 5\cdot \eta cv\cdot \eta d \geq Fmax, Fmax, T(\xi 5\cdot V)\cdot \xi 5\cdot \eta cv\cdot \eta d)$$

$$tf := t45 + \int_{V45}^{\frac{160}{3.6}} \frac{M}{F5(V) - R(V, M\cdot 9.81)}\,dV \qquad tf = 20.85$$

Metodo de integración general:

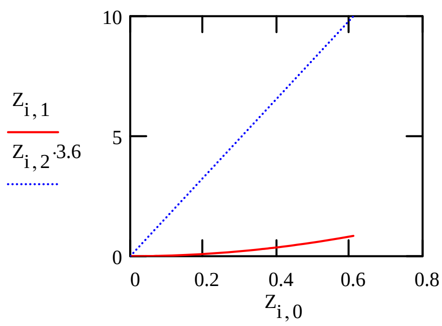
$$V = \frac{d}{dt}x \qquad \frac{d}{dt}x = V$$

$$F(V) - R(V) = M\cdot \frac{d}{dt}V \qquad \frac{d}{dt}V = \frac{F(V) - R(V, W)}{M}$$

Integración entre 0 y 10 km/h

$$y := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad D(t, y) := \begin{bmatrix} y_1 \\ \dfrac{F10 - R\left(y_1, M\cdot 9.81\right)}{M} \end{bmatrix} \qquad Z := \text{rkfixed}(y, 0, t1, 500, D)$$

$i := 0 .. 500$



$Z_{500,0} = 0.611$

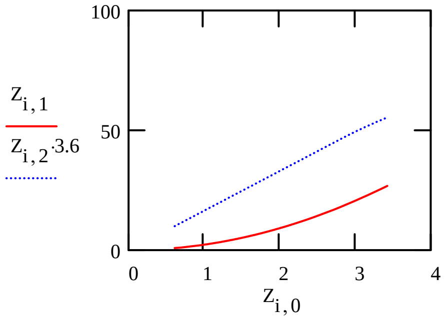
$x1 := Z_{500,1} \qquad x1 = 0.848$

$\frac{7}{3.6} - Z_{500,2} = -0.833$

Integracion entre 10 km/h y V12

$$F(V) := \text{if}(T(\xi 1\cdot V)\cdot \xi 1\cdot \eta cv\cdot \eta d \geq Fmax, Fmax, T(\xi 1\cdot V)\cdot \xi 1\cdot \eta cv\cdot \eta d)$$

$$y := \begin{bmatrix} x1 \\ \dfrac{10}{3.6} \end{bmatrix} \qquad D(t, y) := \begin{bmatrix} y_1 \\ \dfrac{F\left(y_1\right) - R\left(y_1, M\cdot 9.81\right)}{M} \end{bmatrix} \qquad Z := \text{rkfixed}(y, t1, t12, 500, D)$$



$Z_{500,0} = 3.426$

$x12 := Z_{500,1}$ $\quad x12 = 26.815$

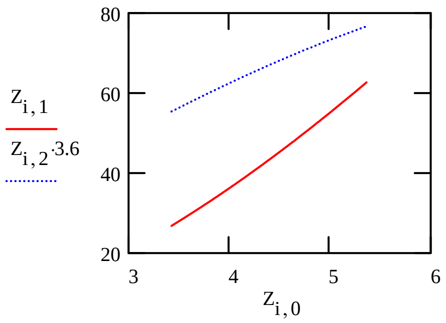
$V12 - Z_{500,2} = 1.659 \cdot 10^{-4}$

Integracion entre V12 y V23

$F(V) := \mathrm{if}(T(\xi 2 \cdot V) \cdot \xi 2 \cdot \eta cv \cdot \eta d \geq Fmax, Fmax, T(\xi 2 \cdot V) \cdot \xi 2 \cdot \eta cv \cdot \eta d)$

$t23 := t12 + \int_{V12}^{V23} \frac{M}{F(V) - R(V, M \cdot 9.81)} \, dV$ $\quad t23 = 5.362$

$y := \begin{bmatrix} x12 \\ V12 \end{bmatrix}$ $\quad D(t, y) := \begin{bmatrix} y_1 \\ \dfrac{F(y_1) - R(y_1, M \cdot 9.81)}{M} \end{bmatrix}$ $\quad Z := \mathrm{rkfixed}(y, t12, t23, 500, D)$



$Z_{500,0} = 5.362$

$x23 := Z_{500,1}$ $\quad x23 = 62.667$

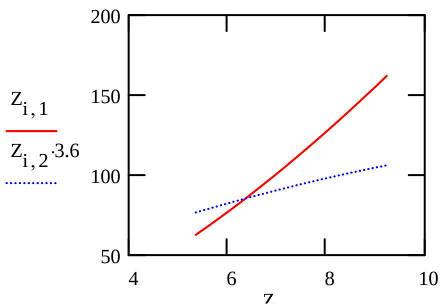
$V23 - Z_{500,2} = -1.595 \cdot 10^{-12}$

Integracion entre V23 y V34

$F(V) := \mathrm{if}(T(\xi 3 \cdot V) \cdot \xi 3 \cdot \eta cv \cdot \eta d \geq Fmax, Fmax, T(\xi 3 \cdot V) \cdot \xi 3 \cdot \eta cv \cdot \eta d)$

$t34 := t23 + \int_{V23}^{V34} \frac{M}{F(V) - R(V, M \cdot 9.81)} \, dV$ $\quad t34 = 9.236$

$y := \begin{bmatrix} x23 \\ V23 \end{bmatrix}$ $\quad D(t, y) := \begin{bmatrix} y_1 \\ \dfrac{F(y_1) - R(y_1, M \cdot 9.81)}{M} \end{bmatrix}$ $\quad Z := \mathrm{rkfixed}(y, t23, t34, 500, D)$



$Z_{500,0} = 9.236$

$x34 := Z_{500,1}$ $\quad x34 = 162.041$

$V34 - Z_{500,2} = -3.965 \cdot 10^{-12}$

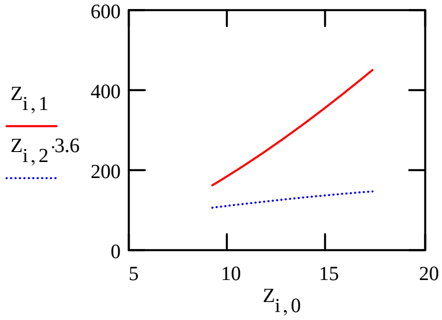
$Z_{i,0}$

Integracion entre V34 y V45

$$F(V) := \mathrm{if}(T(\xi 4 \cdot V)\cdot \xi 4 \cdot \eta cv \cdot \eta d \geq Fmax, Fmax, T(\xi 4 \cdot V)\cdot \xi 4 \cdot \eta cv \cdot \eta d)$$

$$t45 := t34 + \int_{V34}^{V45} \frac{M}{F(V) - R(V, M \cdot 9.81)}\, dV \qquad t45 = 17.34$$

$$y := \begin{bmatrix} x34 \\ V34 \end{bmatrix} \qquad D(t,y) := \begin{bmatrix} y_1 \\ \dfrac{F(y_1) - R(y_1, M \cdot 9.81)}{M} \end{bmatrix} \qquad Z := \mathrm{rkfixed}(y, t34, t45, 500, D)$$



$Z_{500,0} = 17.34$

$x45 := Z_{500,1} \qquad x45 = 450.365$

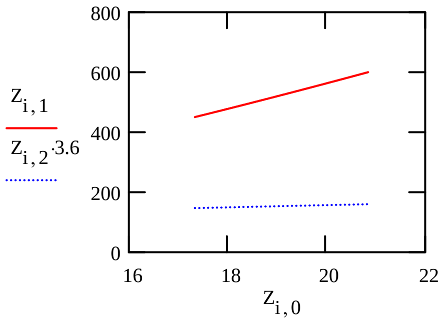
$V45 - Z_{500,2} = -2.088 \cdot 10^{-11}$

Integracion entre V45 y 160 km/h

$$F(V) := \mathrm{if}(T(\xi 5 \cdot V)\cdot \xi 5 \cdot \eta cv \cdot \eta d \geq Fmax, Fmax, T(\xi 5 \cdot V)\cdot \xi 5 \cdot \eta cv \cdot \eta d)$$

$$tf := t45 + \int_{V45}^{\frac{160}{3.6}} \frac{M}{F(V) - R(V, M \cdot 9.81)}\, dV \qquad tf = 20.85$$

$$y := \begin{bmatrix} x45 \\ V45 \end{bmatrix} \qquad D(t,y) := \begin{bmatrix} y_1 \\ \dfrac{F(y_1) - R(y_1, M \cdot 9.81)}{M} \end{bmatrix} \qquad Z := \mathrm{rkfixed}(y, t45, tf, 500, D)$$



$Z_{500,0} = 20.85$

$xf := Z_{500,1} \qquad xf = 600.098$

$\frac{160}{3.6} - Z_{500,2} = 4.974 \cdot 10^{-14}$

La distancia necesaria para alcanzar 160 km/h resulta: $xf = 600.098$

Representación de la fuerza máxima de tracción a cada velocidad de avance:

$$F(V) := \left|\begin{array}{l} F \leftarrow F10 \quad \text{if } V \le \dfrac{10}{3.6} \\ F \leftarrow F1(V) \quad \text{if } \left(V > \dfrac{10}{3.6}\right)\cdot(V \le V12) \\ F \leftarrow F2(V) \quad \text{if } (V > V12)\cdot(V \le V23) \\ F \leftarrow F3(V) \quad \text{if } (V > V23)\cdot(V \le V34) \\ F \leftarrow F4(V) \quad \text{if } (V > V34)\cdot(V \le V45) \\ F \leftarrow F5(V) \quad \text{if } V > V45 \\ \text{return } F \end{array}\right.$$

$$Vv := 0, 0.1 .. \frac{200}{3.6}$$