

El tractor camión de la figura dispone de 2 ejes de los cuales el primero tiene las ruedas direccionables. El eje posterior dispone de una conexión elástica al bastidor del camión según se indica en la figura. Dicha conexión permite una cierta orientación de cada eje proporcional a la fuerza lateral soportada por el eje. Considerando que los ángulos de dirección y deriva son pequeños (es válido el modelo de motocicleta) determinar:

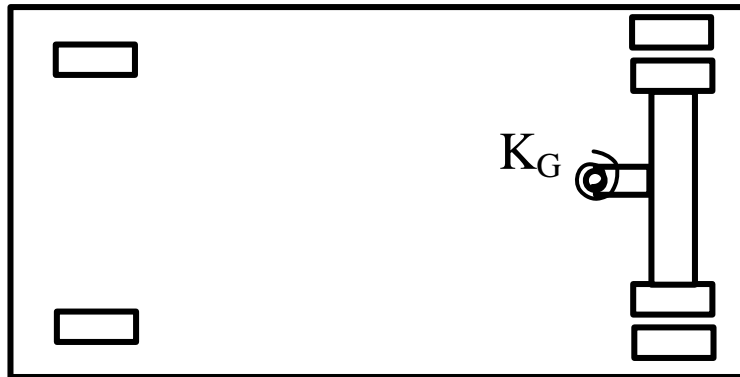
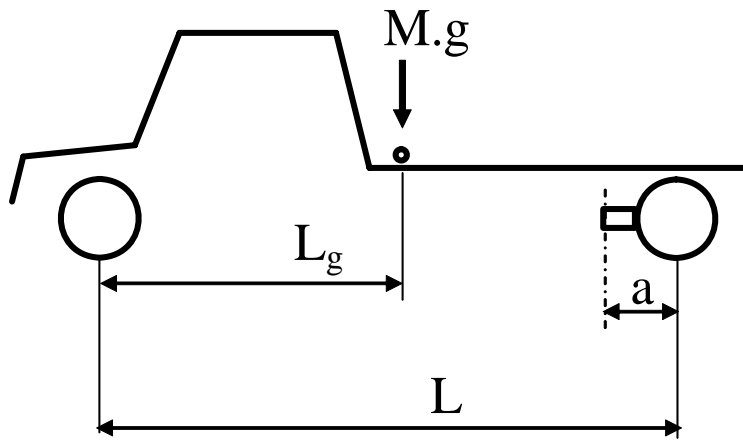
1. Angulo de dirección para recorrer una curva de 50 m de radio a velocidad muy baja.
2. Angulo de dirección para recorrer una curva de 50 m de radio a 50 km/h.
3. Características direccionales del vehículo (subvirador, sobrevirador) y velocidad característica o crítica.

Rigidez de deriva: $C_{\alpha} = 7000 \text{ N/}^{\circ}$

Rigidez de la rótula elástica $K_G = 10 \text{ kN.m/}^{\circ}$

$L_1 = 3,6 \text{ m}$ $L_g = 1,131 \text{ m}$ $a = 0,7 \text{ m}$

$M = 6.300 \text{ Kg}$



$$C_{\alpha} := 7000 \cdot \frac{180}{\pi}$$

$$K_G := 10000 \cdot \frac{180}{\pi}$$

$$R := 50$$

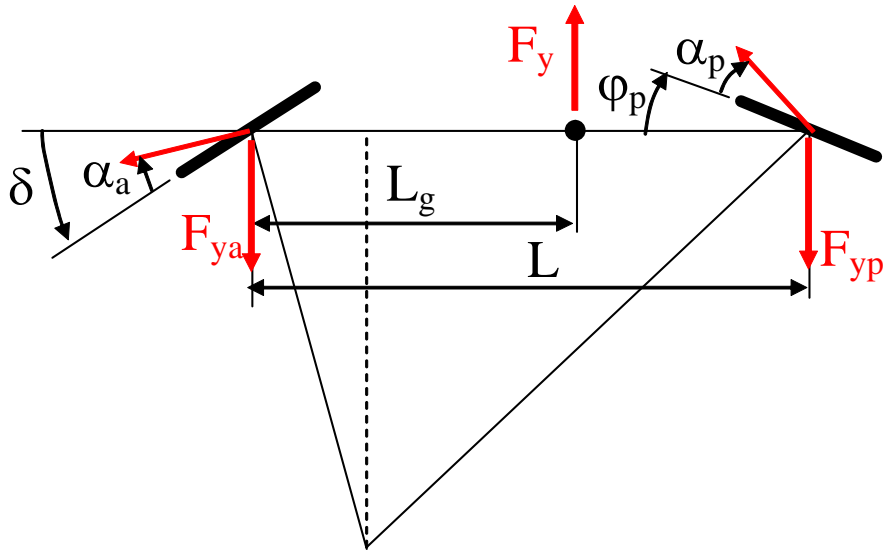
$$V := \frac{50}{3.6}$$

$$L := 3.6$$

$$L_g := 1.131$$

$$a := 0.7$$

$$M := 6300$$



ϕ_p es el ángulo girado por la rueda debido a la elasticidad del guiado
 A efectos prácticos es equivalente a que el eje posterior tenga un ángulo de deriva $\alpha_p + \phi_p$

Ecuación geométrica:

$$\delta - \alpha_a + \phi_p + \alpha_p = \frac{L}{R}$$

$$\alpha_a = \frac{F_{ya}}{2 \cdot C\alpha} = \frac{M \cdot V^2}{2 \cdot C\alpha \cdot R} \cdot \frac{L - L_g}{L}$$

$$\phi_p = \frac{F_{yp} \cdot a}{KG} = \frac{M \cdot V^2 \cdot a}{KG \cdot R} \cdot \frac{L_g}{L}$$

$$\alpha_p = \frac{F_{yp}}{4 \cdot C\alpha} = \frac{M \cdot V^2}{4 \cdot C\alpha \cdot R} \cdot \frac{L_g}{L}$$

Sustituyendo en la ecuación geométrica:

$$\delta - \frac{M \cdot V^2}{2 \cdot C\alpha \cdot R} \cdot \frac{L - L_g}{L} + \frac{M \cdot V^2 \cdot a}{KG \cdot R} \cdot \frac{L_g}{L} + \frac{M \cdot V^2}{4 \cdot C\alpha \cdot R} \cdot \frac{L_g}{L} = \frac{L}{R}$$

Despejando el ángulo de dirección de las ruedas:

$$\delta(V, R) := \frac{L}{R} + \left[\frac{1}{2 \cdot C\alpha} \cdot \frac{L - L_g}{L} - \left(\frac{a}{KG} + \frac{1}{4 \cdot C\alpha} \right) \cdot \frac{L_g}{L} \right] \cdot \frac{M \cdot V^2}{R}$$

$$\delta(V,R) = 0.079$$

$$\delta(0,R) = 0.072$$

Coefficiente subvirador:

$$K_{su} := \left[\frac{1}{2 \cdot C\alpha} \cdot \frac{L - L_g}{L} - \left(\frac{a}{KG} + \frac{1}{4 \cdot C\alpha} \right) \cdot \frac{L_g}{L} \right] \cdot M \cdot 9.81 \quad K_{su} = 0.017$$

para el caso de guiado rígido del eje posterior (KG= infinito)

$$K_{su_rigido} := \left(\frac{1}{2 \cdot C\alpha} \cdot \frac{L - L_g}{L} - \frac{1}{4 \cdot C\alpha} \cdot \frac{L_g}{L} \right) \cdot M \cdot 9.81 \quad K_{su_rigido} = 0.041$$

El coeficiente subvirador es mucho mayor

Velocidad característica:

$$V_{car} := \sqrt{\frac{9.81 \cdot L}{K_{su}}} \quad V_{car} \cdot 3.6 = 164 \quad \text{Km/h}$$

Para el vehículo rígido:

$$V_{car_rigido} := \sqrt{\frac{9.81 \cdot L}{K_{su_rigido}}} \quad V_{car_rigido} \cdot 3.6 = 105.995 \quad \text{Km/h}$$

El problema también puede resolverse suponiendo que la rigidez de deriva del eje posterior en lugar de $4C\alpha$ es:

$$4 \cdot C\alpha_{peq} = \frac{1}{\left(\frac{a}{KG} + \frac{1}{4 \cdot C\alpha} \right)} = \frac{4 \cdot KG \cdot C\alpha}{4 \cdot a \cdot C\alpha + KG} \quad C\alpha_{peq} := \frac{KG \cdot C\alpha}{4 \cdot a \cdot C\alpha + KG}$$

$$C\alpha_{peq} = 1.355 \cdot 10^5 \quad \text{Valor muy inferior a} \quad C\alpha = 4.011 \cdot 10^5$$

La rigidez de deriva equivalente se ha calculado a partir de la expresión:

$$4 \cdot C\alpha_{peq} = \frac{F_{yp}}{\alpha_p + \phi_p} = \frac{F_{yp}}{\frac{F_{yp}}{4 \cdot C\alpha} + \frac{F_{yp} \cdot a}{KG}} = \frac{1}{\frac{1}{4 \cdot C\alpha} + \frac{a}{KG}}$$

Se puede calcular el coeficiente subvirador como:

$$K_{su} := M \cdot 9.81 \cdot \left(\frac{L - L_g}{L \cdot 2 \cdot C\alpha} - \frac{L_g}{L \cdot 4 \cdot C\alpha_{peq}} \right) \quad K_{su} = 0.017$$

Vemos que se obtiene el mismo valor anterior

a