Un automóvil de 1200 Kg de masa utiliza un motor de gasolina cuya relación par-velocidad de giro responde a la expresión $-4.867 \cdot 10^{-7}$w^3+$1.885 \cdot 10^{-5}$w^2+0.171w+155.827. donde w es la velocidad del motor en rad/s y T es el par en N.m

El motor es capaz de funcionar entre 1000 rpm y 6000 rpm. El automóvil está diseñado para circular hasta una velocidad de 160 km/h sin superar una velocidad en el motor de 4500 rpm. En operación normal no se recomienda superar esta velocidad.

1. Definir las relaciones de transmisión correspondientes a las cinco marchas sabiendo que se admite que entre 0 y 10 km/h el vehículo arranque mediante embrague
2. Representar las curvas esfuerzo tractor-velocidad para las diferentes marchas.
3. Determinar las velocidades de solapamiento entre marchas.

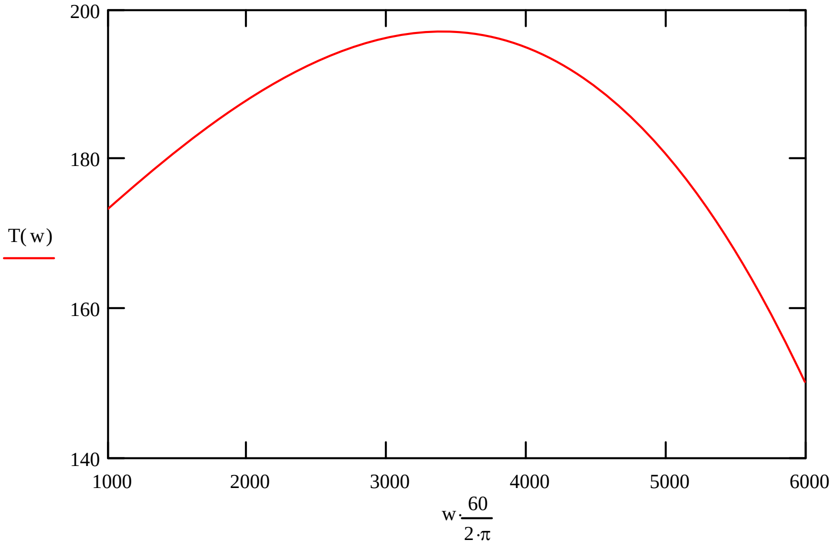
En el caso de que en vez del embrague se utilice un convertidor de par cuya curva proporción par de salida a entrada /proporción de velocidad de salida respecto a la velocidad de entrada responde a la recta: Toutin=2.-1.woutin, siendo:
woutin= cociente entre la velocidad de salida y la velocidad de entrada
Toutin= cociente entre el par a la salida y el par a la entrada
4. Dibujar para cada una de las siguientes velocidades 20, 40, 80 y 160 km/h las curvas fuerza de tracción-velocidad de giro del motor para cada una de las marchas admisibles a cada velocidad.

Datos:

Par motor: $A := \begin{bmatrix} -4.867 \cdot 10^{-7} \\ 1.885 \cdot 10^{-5} \\ 0.171 \\ 155.827 \end{bmatrix}$ $\qquad T(w) := A_0 \cdot w^3 + A_1 \cdot w^2 + A_2 \cdot w + A_3$

$\Omega min := 1000 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{60}$ $\qquad \Omega max := 6000 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{60}$

Representación de la curva par motor - velocidad $\qquad w := 1000 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{60} .. 6000 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{60}$



Las relaciones de marcha deben garantizar que el vehículo circule entre 10 km/h y 160 km/h sin necesidad de que exista deslizamiento en el embrague.

En el motor existen unas velocidades de funcionamiento efectivas y unas velocidades límite

Consideraremos como velocidad máxima efectiva Ωef_max.

$$\Omega ef\_max := 4500 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{60}$$

Consideraremos como velocidades límite Ωlim_min y Ωlim_max

$\Omega lim\_min := 1000 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{60}$ $\Omega lim\_max := 6000 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{60}$

Las relaciones de transmisión correspondientes a la primera y quinta marchas quedan definidas por:

$\xi 1 := \frac{\Omega lim\_min}{\frac{10}{3.6}}$ $\xi 1 = 37.699$ rad/m Condición de que entre 0 y 10 km/h el vehículo arranque mediante embrague

$\xi 5 := \frac{\Omega ef\_max}{\frac{160}{3.6}}$ $\xi 5 = 10.603$ rad/m Condición de circular hasta una velocidad de 160 km/h sin superar una velocidad en el motor de 4500 rpm

Además, para obtener relaciones de marcha en progresión geométrica se debe cumplir:

$$\xi 1 = k \cdot \xi 2 = k^2 \cdot \xi 3 = k^3 \cdot \xi 4 = k^4 \cdot \xi 5$$

Por tanto: $k := \sqrt[4]{\frac{\xi 1}{\xi 5}}$ $k = 1.373$ De donde:

$\xi 2 := \frac{\xi 1}{k}$ $\xi 2 = 27.454$ $\xi 3 := \frac{\xi 2}{k}$ $\xi 3 = 19.993$

$\xi 4 := \frac{\xi 3}{k}$ $\xi 4 = 14.56$ $\xi 5 := \frac{\xi 4}{k}$ $\xi 5 = 10.603$

De esta forma la velocidad del motor a la que podremos realizar el cambio a una marcha inferior la calculamos imponiendo que la velocidad de avance sea la misma en ambas marchas y que en la velocidad de cambio en la marcha inferior la velocidad del motor sea la máxima efectiva y a la marcha superior la mínima efectiva:

$\frac{\Omega ef\_min}{\xi_i} = \frac{\Omega ef\_max}{\xi_{i-1}}$ o bien: $\Omega ef\_min = \Omega ef\_max \cdot \frac{\xi_i}{\xi_{i-1}} = \frac{\Omega ef\_max}{k}$

$\Omega ef\_min := \frac{\Omega ef\_max}{k}$ $\Omega ef\_min \cdot \frac{60}{2 \cdot \pi} = 3.277 \cdot 10^3$ rpm

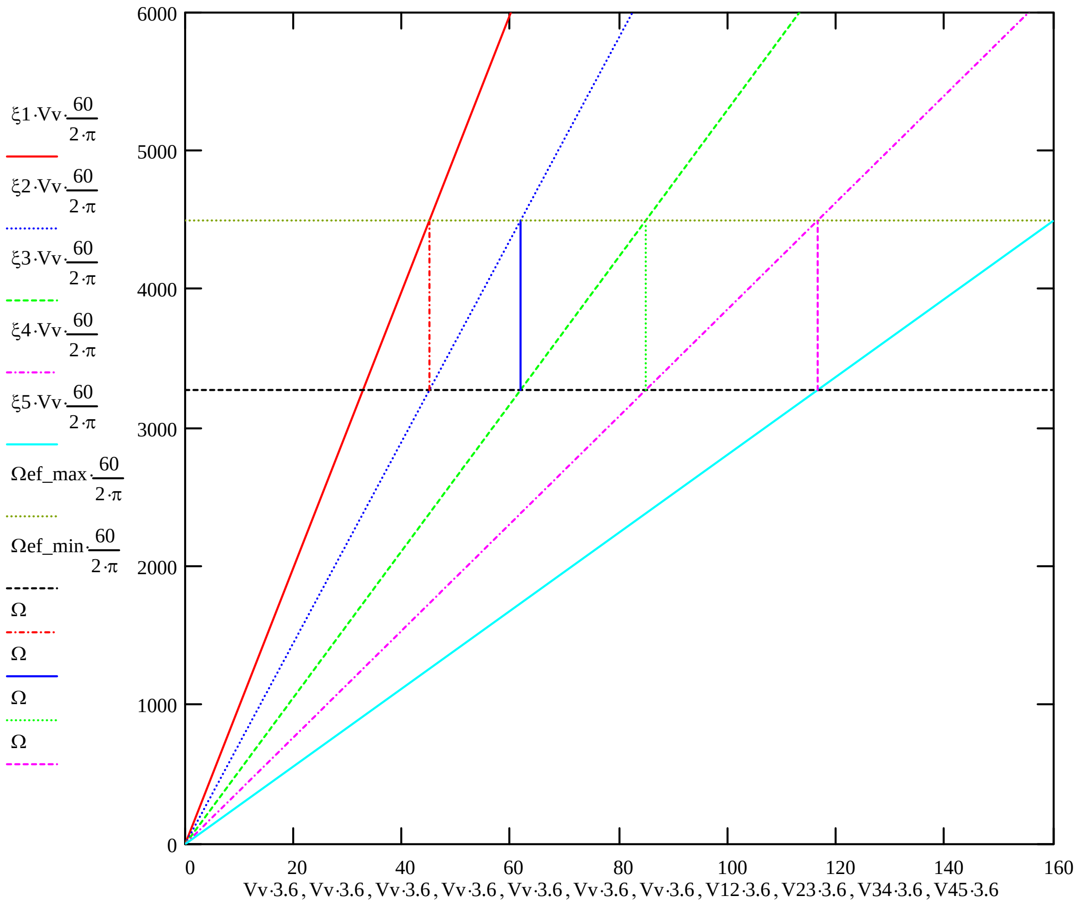
Las velocidades de cambio resultan:

$V12 := \frac{\Omega ef\_max}{\xi 1}$ $V12 \cdot 3.6 = 45$ km/h $V23 := \frac{\Omega ef\_max}{\xi 2}$ $V23 \cdot 3.6 = 61.793$ km/h

$V34 := \frac{\Omega ef\_max}{\xi 3}$ $V34 \cdot 3.6 = 84.853$ km/h $V45 := \frac{\Omega ef\_max}{\xi 4}$ $V45 \cdot 3.6 = 116.518$ km/h

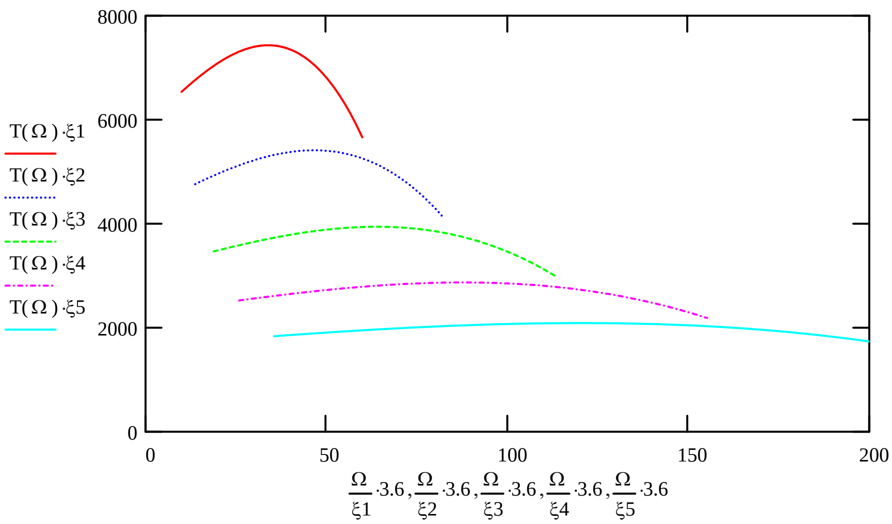
Curvas velocidad del motor - velocidad de avance para las diferentes marchas:

$Vv := 0, 0.1 .. \frac{160}{3.6}$ $\Omega := \Omega ef\_min \cdot \frac{60}{2 \cdot \pi}, \Omega ef\_min \cdot \frac{60}{2 \cdot \pi} \cdot 1.01 .. \Omega ef\_max \cdot \frac{60}{2 \cdot \pi}$

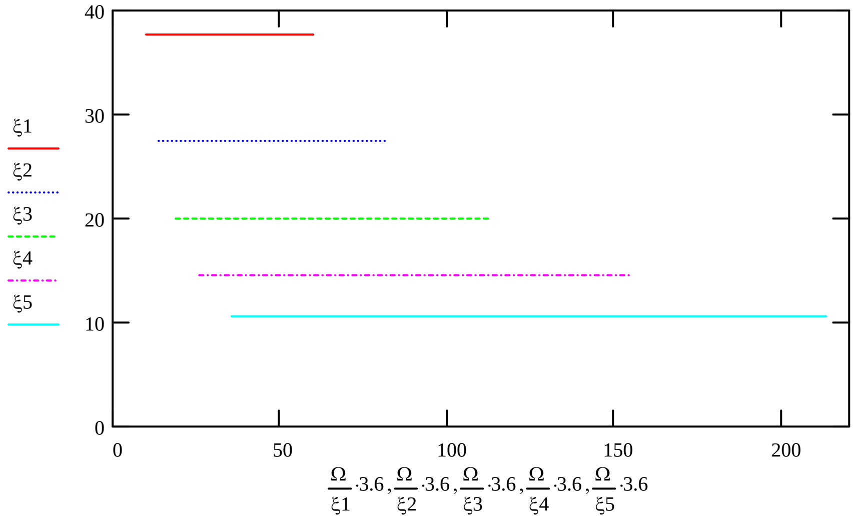


Velocidad del motor (rpm) en 1ª
Velocidad del motor (rpm) en 2ª
Velocidad del motor (rpm) en 3ª
Velocidad del motor (rpm) en 4ª
Velocidad del motor (rpm) en 5ª
Velocidad eficaz máxima
Velocidad eficaz mínima
Velocidad de cambio 1ª-2ª
Velocidad de cambio 2ª 3
Velocidad de cambio 3ª-4ª
Velocidad de cambio 4ª-5ª

Curvas Fuerza-Velocidad $\Omega := 1000\cdot\frac{2\cdot\pi}{60} .. 6000\cdot\frac{2\cdot\pi}{60}$



Solapamiento de velocidades:



Primera velocidad: $\frac{\Omega min}{\xi 1}\cdot 3.6 = 10$ $\frac{\Omega max}{\xi 1}\cdot 3.6 = 60$

Segunda velocidad: $\frac{\Omega min}{\xi 2}\cdot 3.6 = 13.732$ $\frac{\Omega max}{\xi 2}\cdot 3.6 = 82.391$

Tercera velocidad: $\frac{\Omega min}{\xi 3}\cdot 3.6 = 18.856$ $\frac{\Omega max}{\xi 3}\cdot 3.6 = 113.137$

Cuarta velocidad: $\frac{\Omega min}{\xi 4}\cdot 3.6 = 25.893$ $\frac{\Omega max}{\xi 4}\cdot 3.6 = 155.357$

Quinta velocidad: $\frac{\Omega min}{\xi 5}\cdot 3.6 = 35.556$ $\frac{\Omega max}{\xi 5}\cdot 3.6 = 213.333$

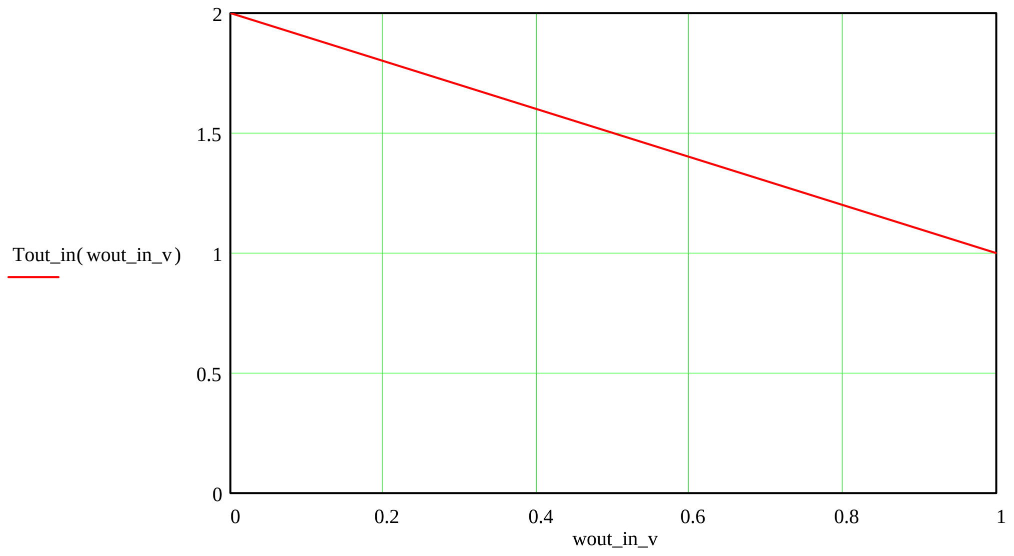
En el caso de que en vez del embrague se utilice un convertidor de par cuya curva proporción par de salida a entrada /proporción de velocidad de salida respecto a la velocidad de entrada responde a la recta: Toutin=2-1.woutin, siendo:
woutin= cociente entre la velocidad de salida y la velocidad de entrada
Toutin= cociente entre el par a la salida y el par a la entrada

Dibujar para cada una de las siguientes velocidades 20, 40, 80 y 160 km/h las curvas fuerza de tracción-velocidad de giro del motor para cada una de las marchas admisibles a cada velocidad.

$\text{Tout\_in}(\text{wout\_in}) := 2 - 1.\cdot \text{wout\_in}$

$\text{wout\_in\_v} := 0, 0.01 .. 1$

Curva del convertidor de par:



$$\mathrm{Tout\_in}(\mathrm{wout\_in}) := \mathrm{if}(\mathrm{wout\_in} < 1, 2 - 1.\cdot \mathrm{wout\_in}, 0)$$

El par de salida del convertidor de par resultará:

$$\mathrm{Tout}(\mathrm{w\_motor}, \mathrm{wout\_in}) := \mathrm{T}(\mathrm{w\_motor})\cdot \mathrm{Tout\_in}(\mathrm{wout\_in})$$

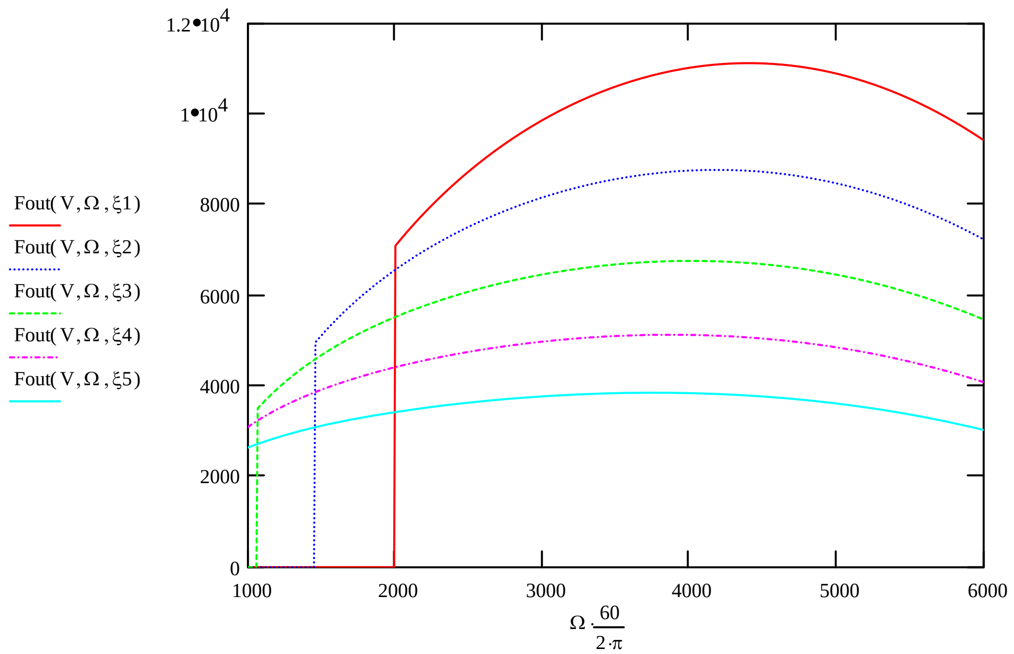
Y la fuerza de salida a una velocidad del vehículo y para una marcha concreta será:

$$\mathrm{Fout}(V, \Omega, \xi) := \mathrm{T}(\Omega)\cdot \xi \cdot \mathrm{Tout\_in}\left(\frac{V\cdot \xi}{\Omega}\right)$$

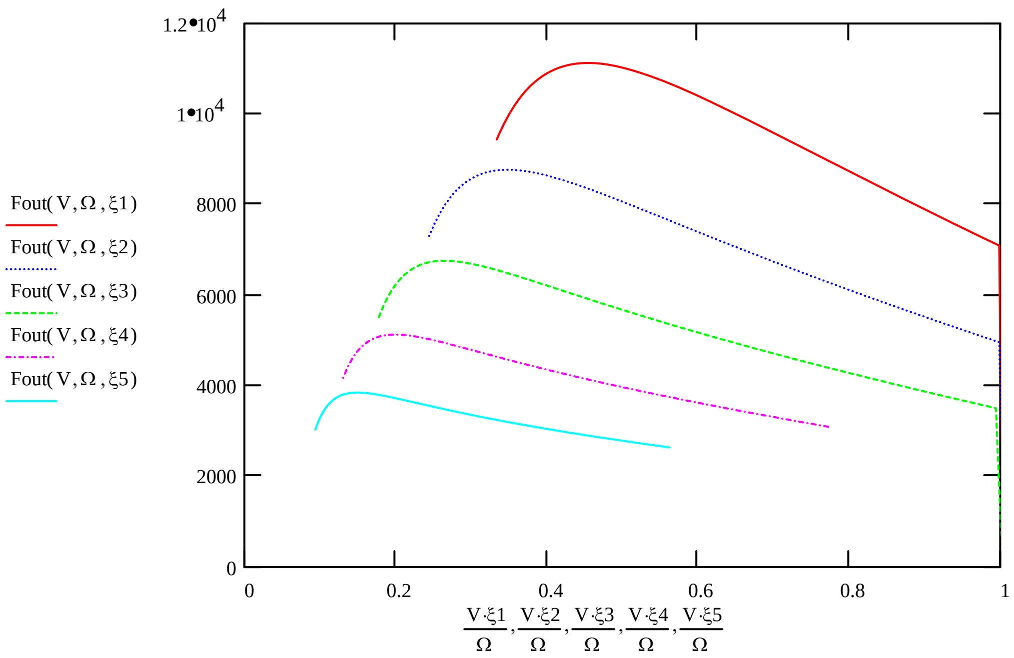
Dibujar para cada una de las siguientes velocidades 20, 40, 80 y 160 km/h las curvas fuerza de tracción-velocidad de giro del motor para cada una de las marchas admisibles a cada velocidad.

Velocidad: $V := \dfrac{20}{3.6}$

Curva Fuerza tractora/velocidad del motor

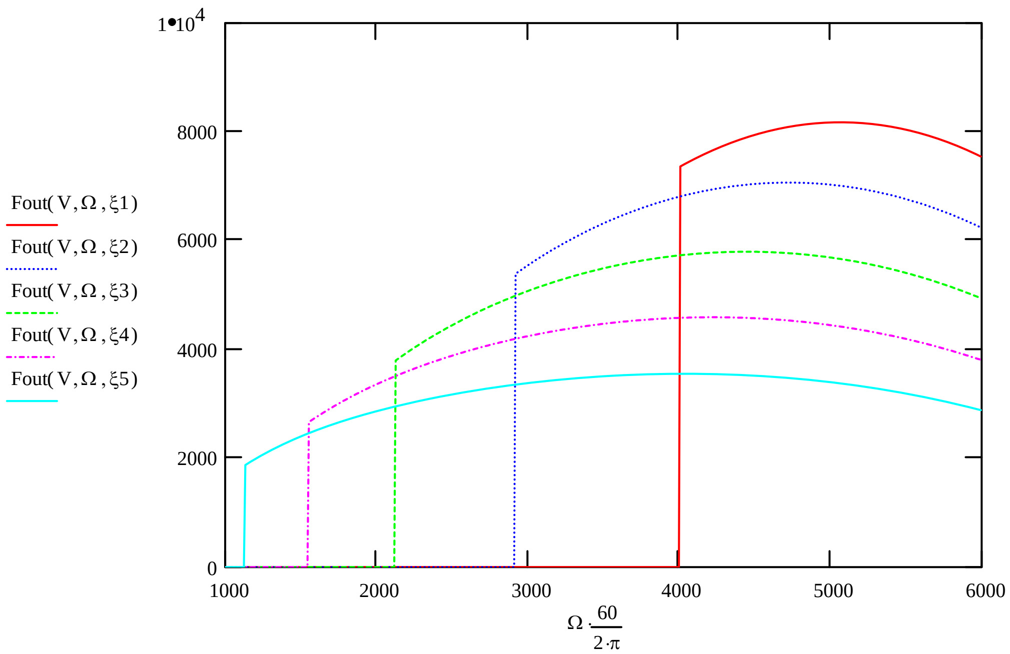


Curva Fuerza tractora/relación wout_in en el convertido de par

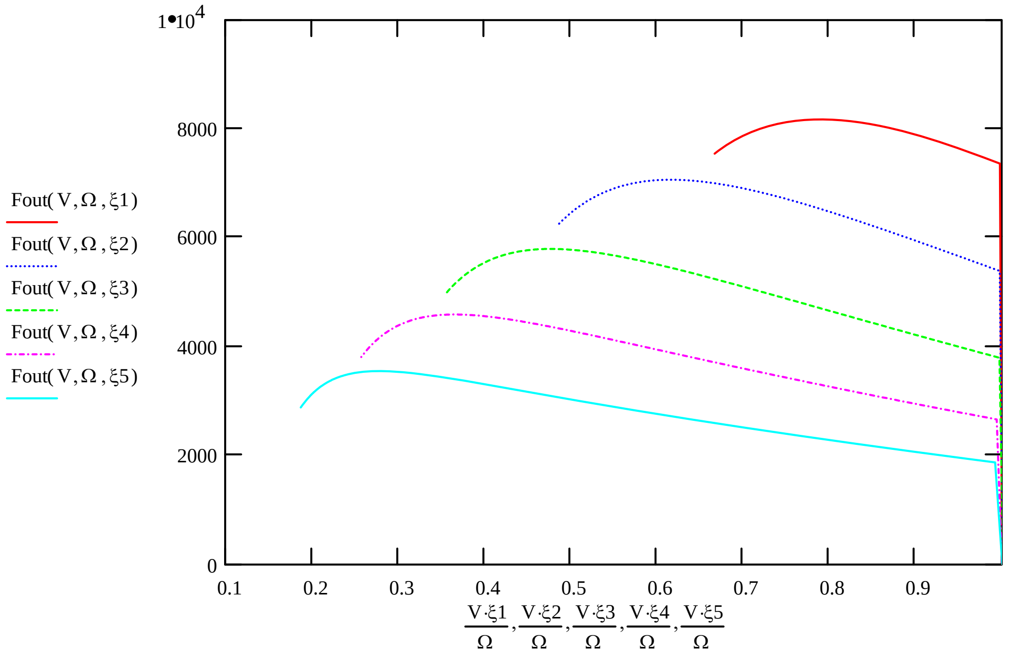


Velocidad: $V := \frac{40}{3.6}$

Curva Fuerza tractora/velocidad del motor

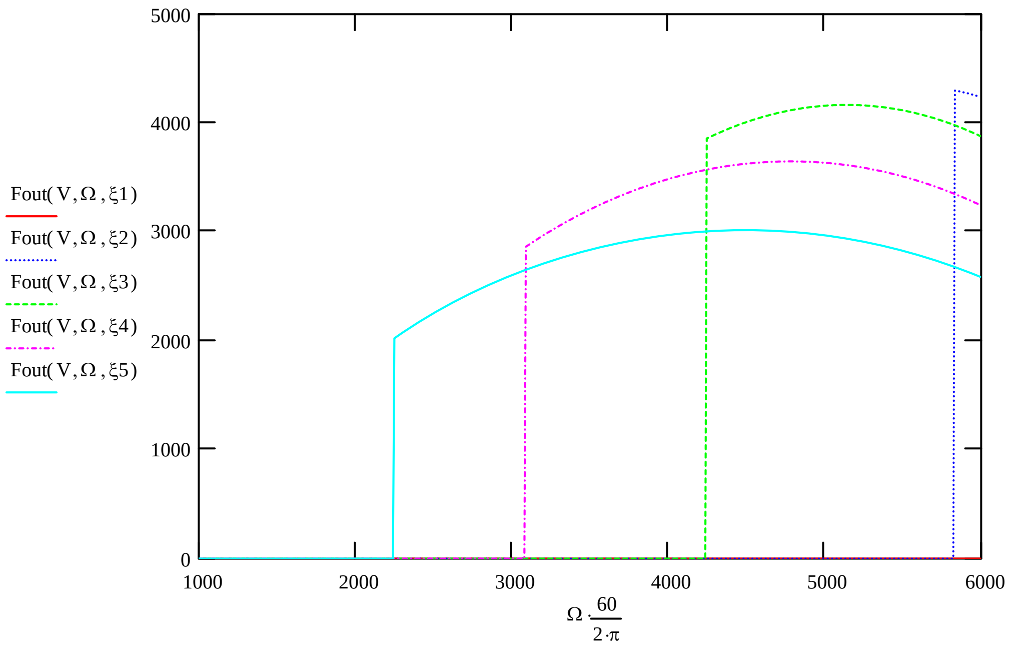


Curva Fuerza tractora/relación wout_in en el convertido de par

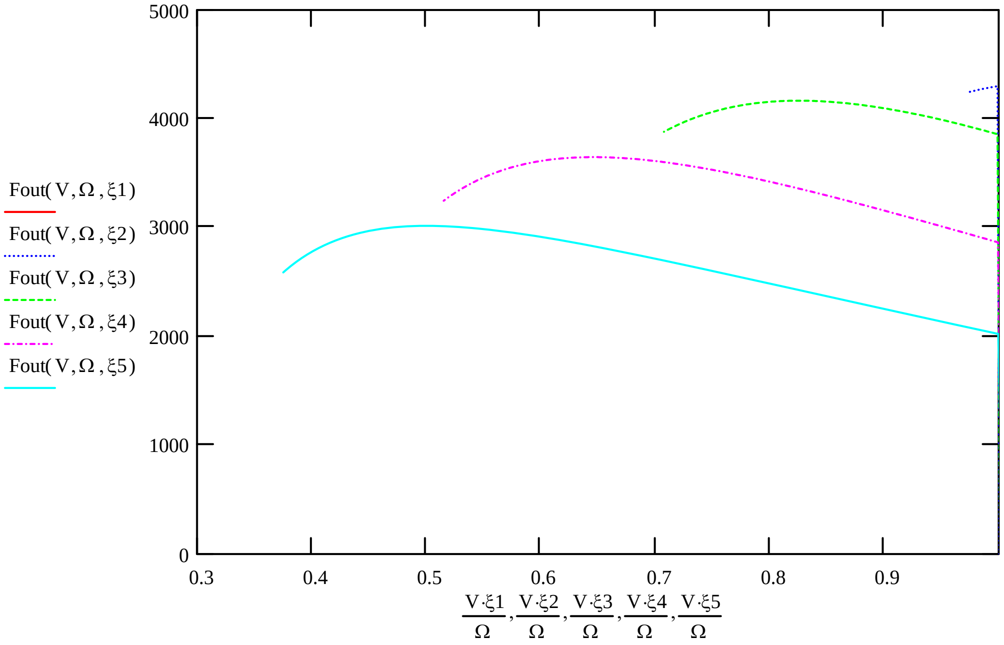


Velocidad: $V := \frac{80}{3.6}$

Curva Fuerza tractora/velocidad del motor

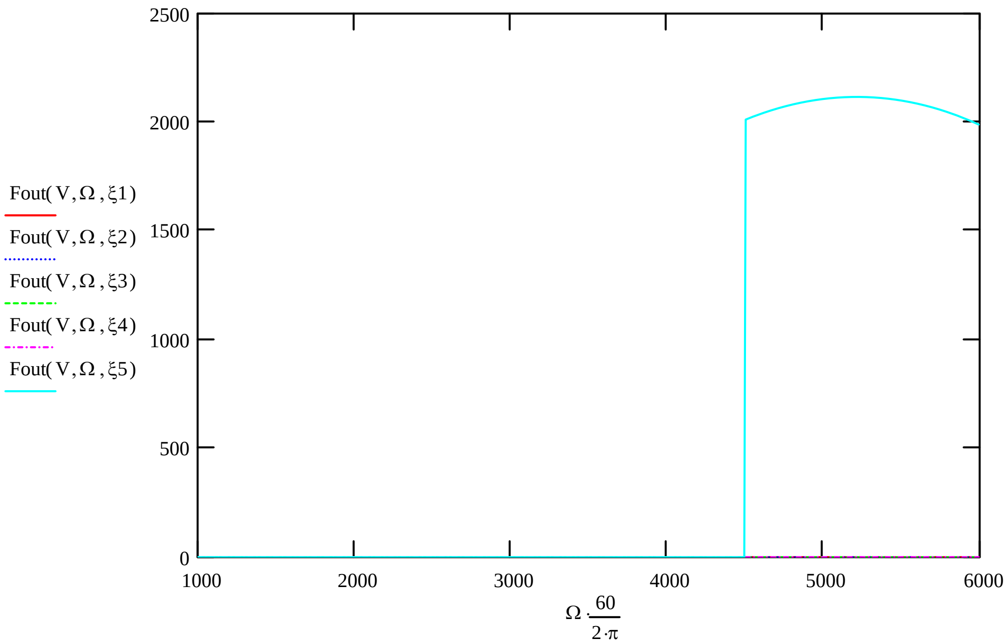


Curva Fuerza tractora/relación wout_in en el convertido de par

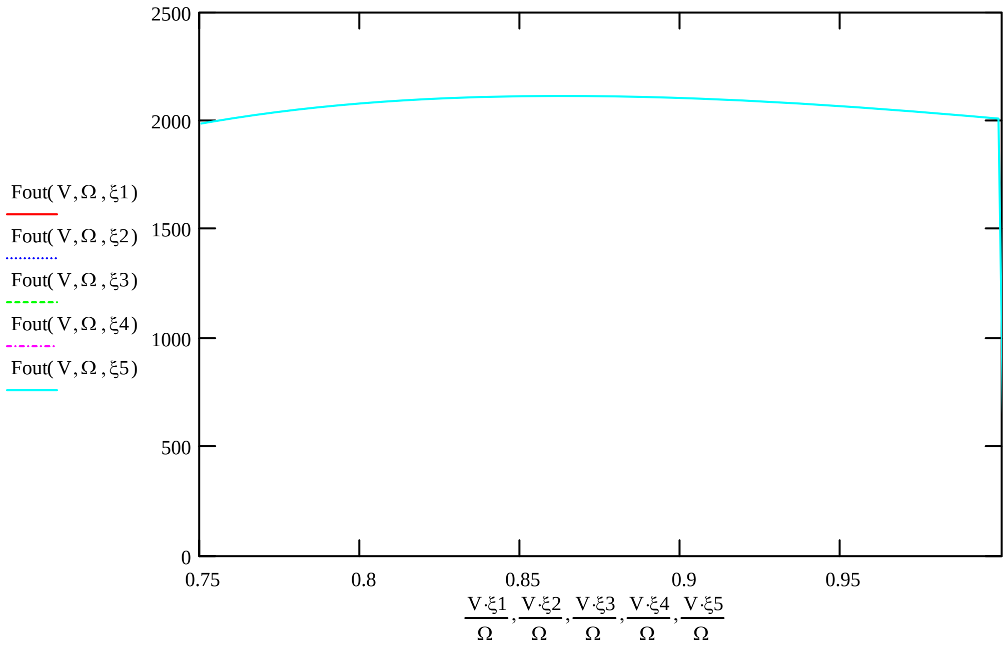


Velocidad: $V := \frac{160}{3.6}$

Curva Fuerza tractora/velocidad del motor



Curva Fuerza tractora/relación wout_in en el convertido de par



Representación de las curvas fuerza tractora máxima-velocidad para cada marcha:

$$\mathrm{Fout}(V,\Omega,\xi)=\left(A_0\cdot\Omega^3+A_1\cdot\Omega^2+A_2\cdot\Omega+A_3\right)\cdot\xi\cdot\left(2.-1.\cdot V\cdot\frac{\xi}{\Omega}\right)$$

Derivando en esta expresión e igualando a cero:

$$\left(3\cdot A_0\cdot\Omega^2+2\cdot A_1\cdot\Omega+A_2\right)\cdot\xi\cdot\left(2.-1.\cdot V\cdot\frac{\xi}{\Omega}\right)+1.\cdot\left(A_0\cdot\Omega^3+A_1\cdot\Omega^2+A_2\cdot\Omega+A_3\right)\cdot\xi^2\cdot\frac{V}{\Omega^2}=0$$

$\Omega := 350$

$$\Omega\_opt(V,\xi) := \left|\begin{array}{l}\Omega\_opt\leftarrow \mathrm{root}\left[\left(3\cdot A_0\cdot\Omega^2+2\cdot A_1\cdot\Omega+A_2\right)\cdot\xi\cdot\left(2.-1.\cdot V\cdot\frac{\xi}{\Omega}\right)+1.\cdot\left(A_0\cdot\Omega^3+A_1\cdot\Omega^2+A_2\cdot\Omega+A_3\right)\cdot\xi^2\cdot\frac{V}{\Omega^2},\Omega\right]\\ \Omega\_opt\leftarrow\Omega max\ \ \text{if}\ \ \Omega\_opt>\Omega max\\ \Omega\_opt\leftarrow\Omega min\ \ \text{if}\ \ \Omega\_opt<\Omega min\\ \text{return}\ \ \Omega\_opt\end{array}\right.$$

$V := \frac{20}{3.6}$

$\Omega\_opt(V,\xi1) = 460.922$

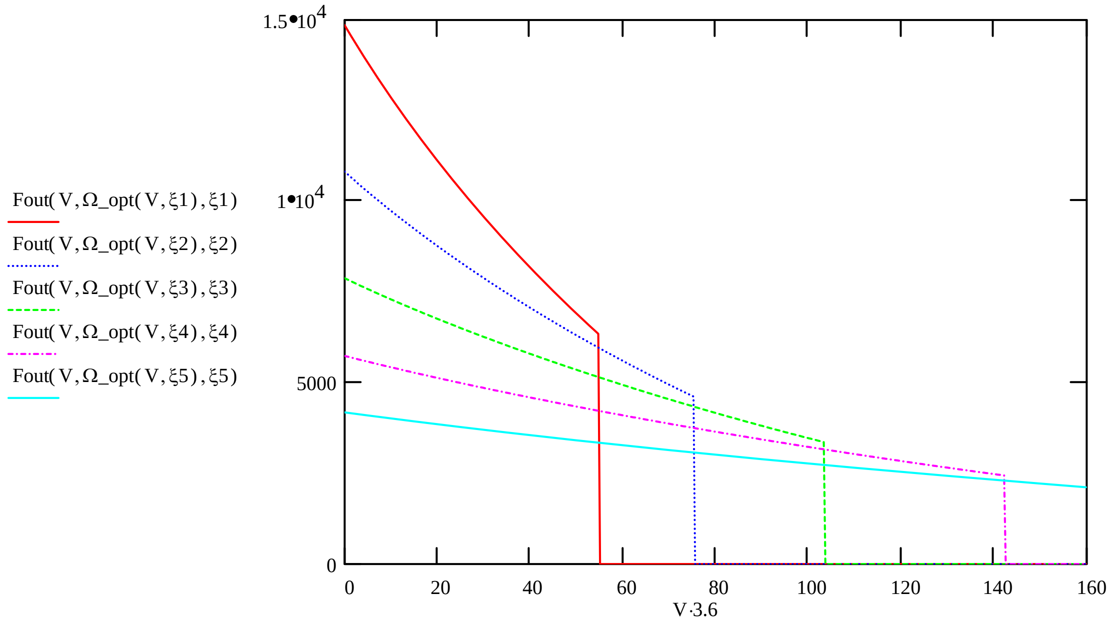
$\Omega\_opt(V,\xi2) = 438.29$

$\frac{V\cdot\xi1}{\Omega\_opt(V,\xi1)} = 0.454$

$\frac{V\cdot\xi2}{\Omega\_opt(V,\xi2)} = 0.348$

Las curvas de esfuerzo tractor máximo a cada velocidad y relación de marcha se representan en la figura

$$V := 0, 0.1 .. \frac{160}{3.6}$$



La potencia del motor es:

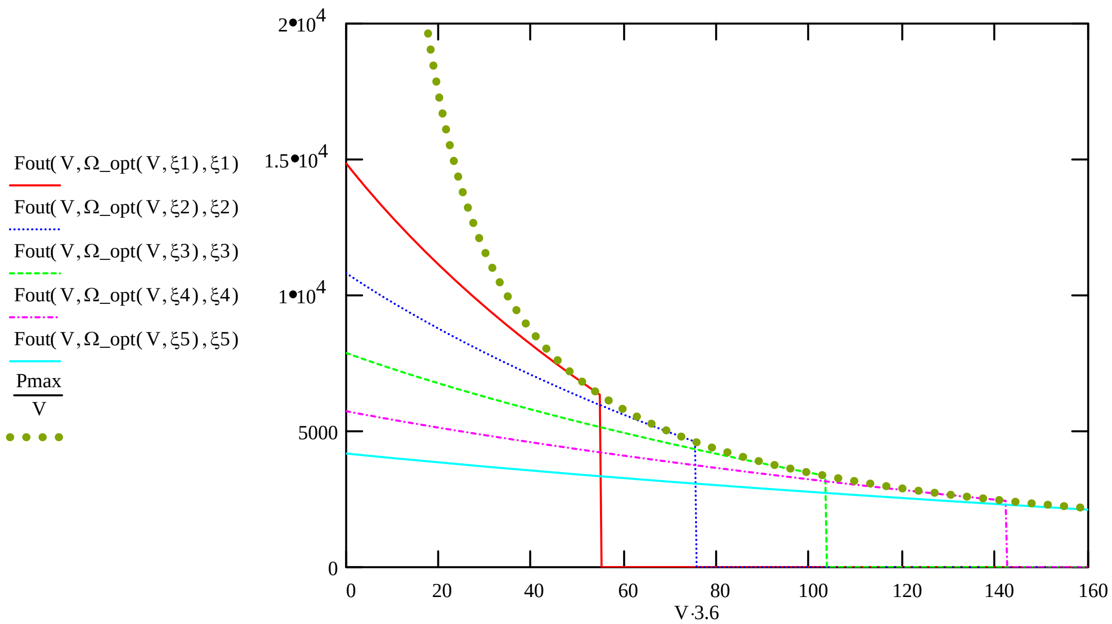
$$P(\Omega) = \left(A_0 \cdot \Omega^3 + A_1 \cdot \Omega^2 + A_2 \cdot \Omega + A_3\right) \cdot \Omega$$

$$\frac{d}{d\Omega} P(\Omega) = \left(3 \cdot A_0 \cdot \Omega^2 + 2 \cdot A_1 \cdot \Omega + A_2\right) \cdot \Omega + A_0 \cdot \Omega^3 + A_1 \cdot \Omega^2 + A_2 \cdot \Omega + A_3$$

$$\mathrm{root}\left[\left(3 \cdot A_0 \cdot \Omega^2 + 2 \cdot A_1 \cdot \Omega + A_2\right) \cdot \Omega + A_0 \cdot \Omega^3 + A_1 \cdot \Omega^2 + A_2 \cdot \Omega + A_3, \Omega\right] \cdot \frac{60}{(2 \cdot \pi)} = 5.498 \bullet 10^3$$

$$\Omega pmax := \mathrm{root}\left[\left(3 \cdot A_0 \cdot \Omega^2 + 2 \cdot A_1 \cdot \Omega + A_2\right) \cdot \Omega + A_0 \cdot \Omega^3 + A_1 \cdot \Omega^2 + A_2 \cdot \Omega + A_3, \Omega\right]$$

$Pmax := T(\Omega pmax) \cdot \Omega pmax$ $\qquad$ $Pmax = 9.652 \bullet 10^4$



Se observa que entre 40 y 160 km/h se puede conseguir una fuerza muy próxima a la de máxima potencia a cualquier velocidad.