

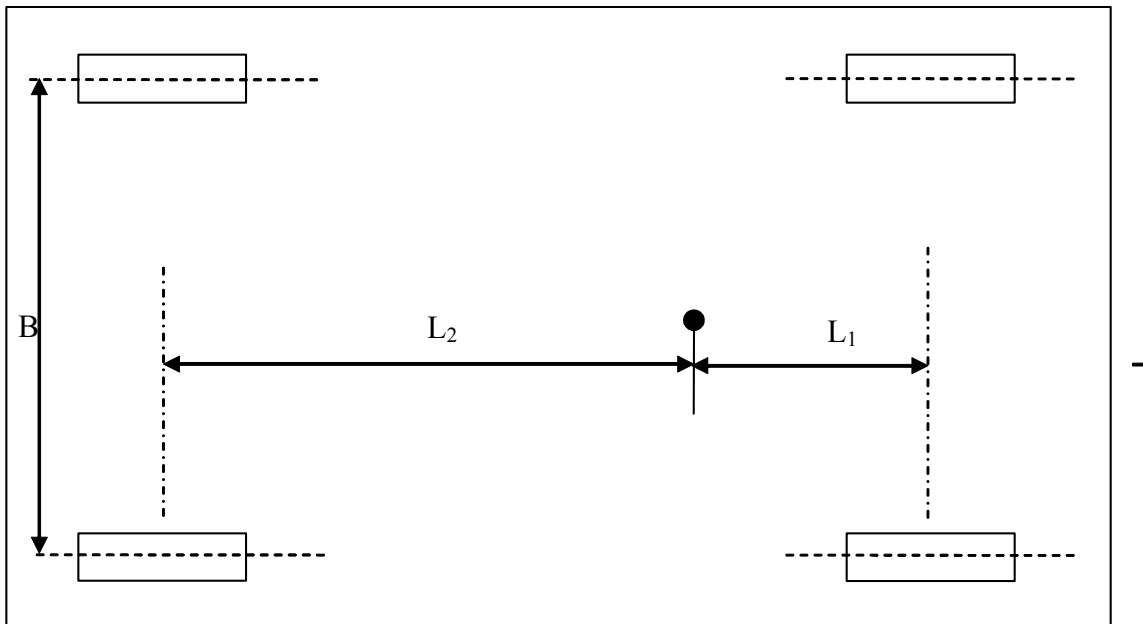
Un automóvil tiene una geometría de dirección en forma de cuadrilátero articulado, según el esquema de la figura a). La posición del c.d.g. queda definida por los parámetros L_1 , L_2 , h indicados en la figura b). La batalla del coche (distancia longitudinal entre ejes) es 2.850 mm. La separación lateral entre centros de ruedas es 1.500 mm.

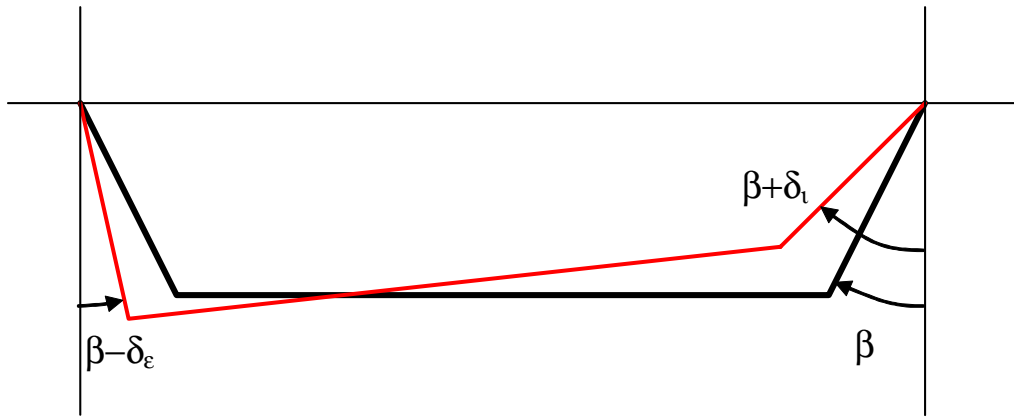
La rigidez de deriva de las ruedas es $C_{\alpha}=1000 \text{ N}^{\circ}$.

Masa del vehículo: $M= 1500 \text{ Kg}$

Determinar:

1. Ángulo β de mínima desviación del mecanismo respecto del criterio de Ackerman.
2. Si se utiliza un ángulo $\beta=0,2 \text{ rad}$ indicar la desviación del criterio de Ackerman para recorrer a velocidad muy baja sendas curvas de 100 m y 25 m de radio, indicando en ambas los giros de dirección aplicados a cada rueda del eje delantero y los ángulos de deriva en todas las ruedas.
3. Para $\beta=0,2 \text{ rad}$ giros de dirección necesario en ambas ruedas para recorrer la curva de 100 m de radio a una velocidad de 70 km/h, indicando también los ángulos de deriva de las cuatro ruedas.
4. Indicar si el coche es subvirador o sobrevirador, indicando la velocidad característica o crítica





$$L := 2.85 \quad B := 1.5 \quad L1 := 1.2 \quad L2 := L - L1 \quad L2 = 1.65 \quad M := 1500$$

Geometría del cuadrilátero articulado: $a := 0.180$ $\beta := 0.2$

$$b(\beta) := B - 2 \cdot a \cdot \sin(\beta)$$

$$yi(\beta, \delta i) := \frac{b(\beta)}{2} + a \cdot \sin(\beta) - a \cdot \sin(\beta + \delta i) \quad xi(\beta, \delta i) := a \cdot \cos(\beta + \delta i)$$

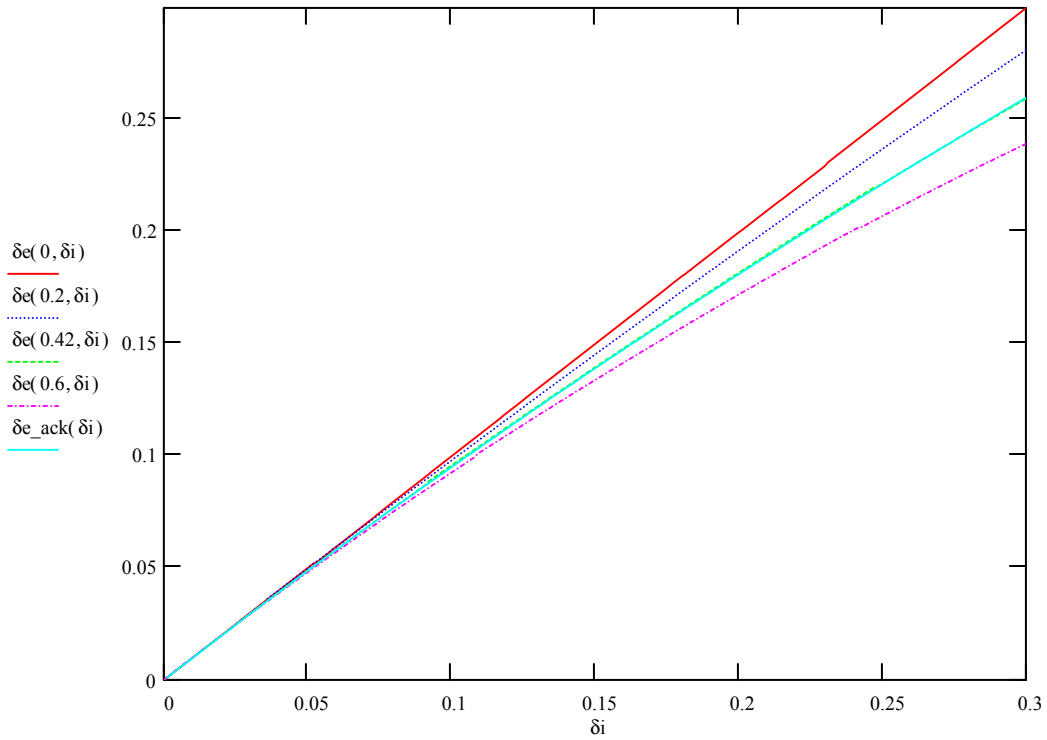
$$ye(\beta, \delta e) := \left(\frac{-b(\beta)}{2} - a \cdot \sin(\beta) \right) + a \cdot \sin(\beta - \delta e) \quad xe(\beta, \delta e) := a \cdot \cos(\beta - \delta e)$$

$$\delta e := 0.15$$

$$\delta e(\beta, \delta i) := \text{root} \left[\sqrt{(xi(\beta, \delta i) - xe(\beta, \delta e))^2 + (yi(\beta, \delta i) - ye(\beta, \delta e))^2} - b(\beta), \delta e \right]$$

$$\delta e_ack(\delta i) := \text{atan} \left(\frac{1}{\frac{B}{L} + \frac{1}{\tan(\delta i)}} \right)$$

$$\delta i := 0, 0.001.. 0.3$$

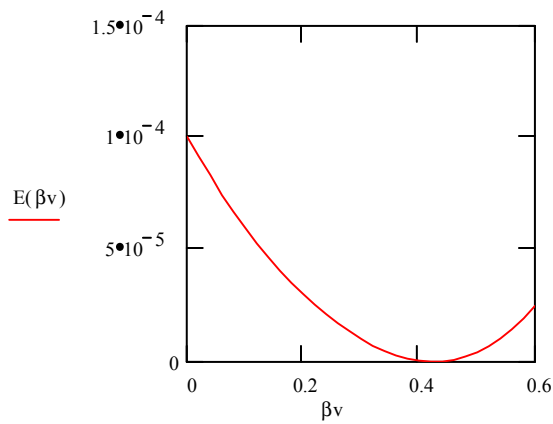


El ángulo de mínima desviación es aproximadamente $\beta=0.42$

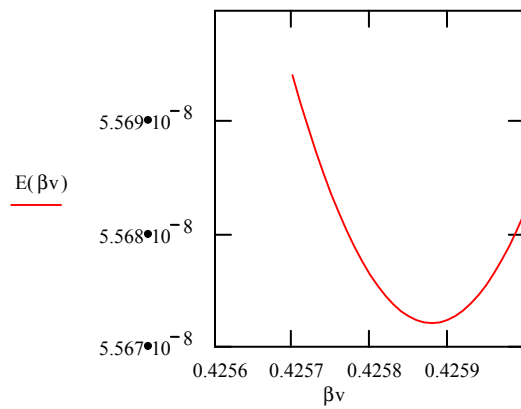
Podemos realizar un cálculo algo más preciso:

$$E(\beta) := \int_0^{0.3} (\delta e(\beta, \delta i) - \delta e_{\text{ack}}(\delta i))^2 d\delta i$$

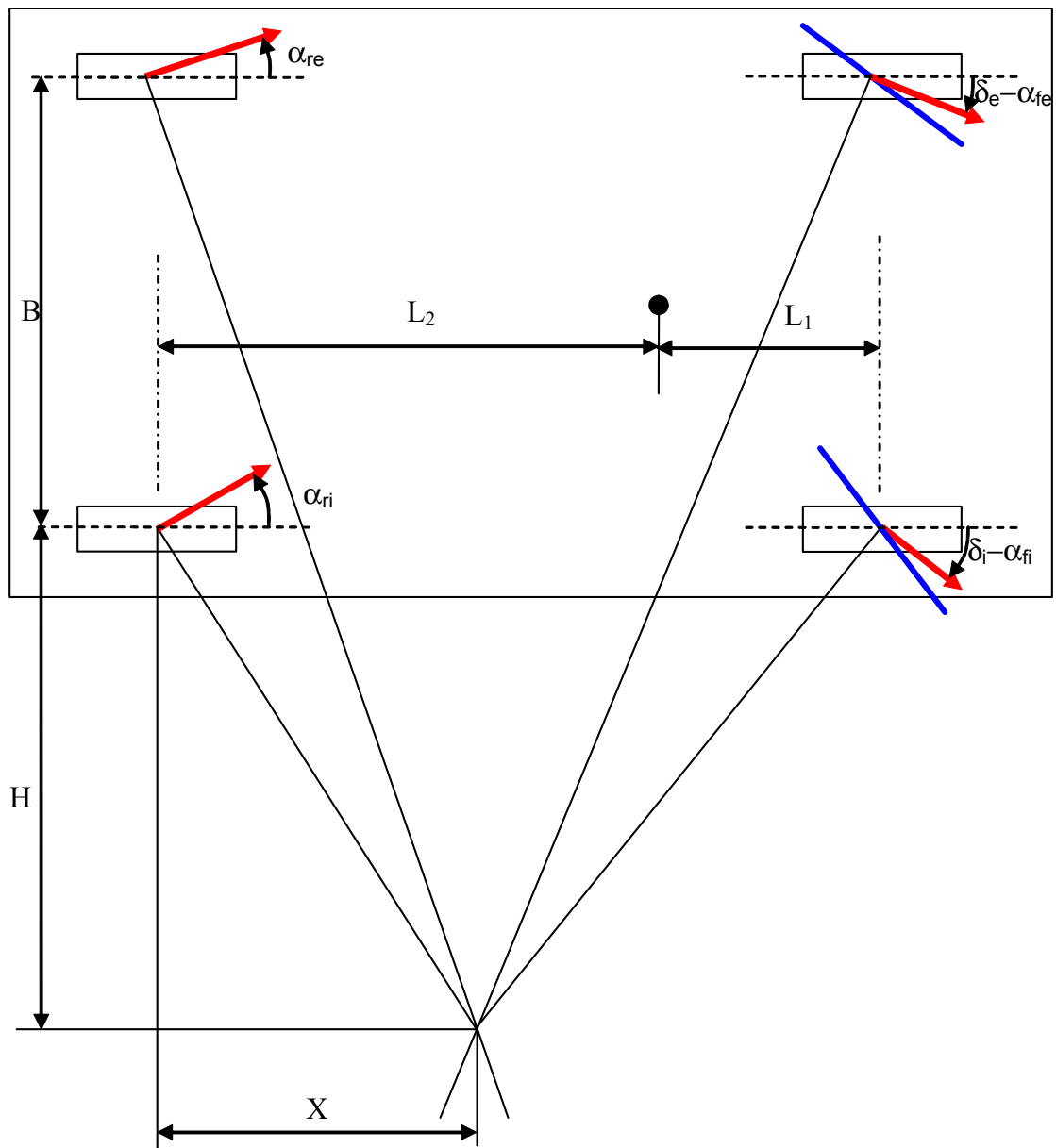
$\beta_v := 0, 0.02.. 0.6$



$\beta_v := 0.4257, 0.42571 \dots 0.426$



Un valor más preciso es $\beta=0.4259$



Bajo la hipótesis de pequeños giros:

$$\frac{L - X}{H + B} = \delta_e - \alpha_{fe}$$

$$C\alpha \cdot (\alpha_{fi} + \alpha_{fe}) = M \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \frac{L_2}{L}$$

$$\frac{L - X}{H} = \delta_i - \alpha_{fi}$$

$$\frac{X}{H + B} = \alpha_{re}$$

$$\frac{X}{H} = \alpha_{ri}$$

$$C\alpha \cdot (\alpha_{ri} + \alpha_{re}) = M \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \frac{L1}{L}$$

Son seis ecuaciones con seis incógnitas: las 4 derivas, el parámetro X y un ángulo de dirección (el otro está relacionado con él) cuando se conocen el radio de curva y la velocidad de paso.

Conocidos R y X, queda definido H.

$$\sqrt{\left(H + \frac{B}{2}\right)^2 + (L2 - X)^2} = R$$

$$H = \sqrt{R^2 - (L2 - X)^2} - \frac{B}{2}$$

Bajo la hipótesis de pequeños ángulos, podemos aproximar: $H = R - \frac{B}{2}$

Con esta aproximación, las ecuaciones quedan:

$$R := 100 \quad V := 0$$

$$\alpha_{fe} := 0 \quad \alpha_{fi} := 0 \quad \alpha_{re} := 0 \quad \alpha_{ri} := 0 \quad X := 0 \quad \delta_i := \frac{L}{R} \quad C\alpha := 1000 \cdot \frac{180}{\pi}$$

Given

$$\frac{L - X}{R + \frac{B}{2}} = \delta_e(\beta, \delta_i) - \alpha_{fe}$$

$$\frac{L - X}{R - \frac{B}{2}} = \delta_i - \alpha_{fi}$$

$$\frac{X}{R + \frac{B}{2}} = \alpha_{re}$$

$$\frac{X}{R - \frac{B}{2}} = \alpha_{ri}$$

$$C\alpha \cdot (\alpha_{fi} + \alpha_{fe}) = M \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \frac{L_2}{L}$$

$$C\alpha \cdot (\alpha_{ri} + \alpha_{re}) = M \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \frac{L_1}{L}$$

$$\text{Minerr}(\delta_i, \alpha_{fe}, \alpha_{fi}, \alpha_{re}, \alpha_{ri}, X) = \begin{bmatrix} 0.029 \\ 1.299 \cdot 10^{-4} \\ -1.299 \cdot 10^{-4} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\delta_i := 0.029$$

$$\delta e(\beta, \delta_i) \cdot 1000 = 28.827$$

$$R := 25 \quad V := 0$$

Valores iniciales: $\alpha_{fe} := 0$ $\alpha_{fi} := 0$ $\alpha_{re} := 0$ $\alpha_{ri} := 0$ $X := 0$ $\delta_i := \frac{L}{R}$

Given

$$\frac{L - X}{R + \frac{B}{2}} = \delta e(\beta, \delta_i) - \alpha_{fe}$$

$$\frac{L - X}{R - \frac{B}{2}} = \delta_i - \alpha_{fi}$$

$$\frac{X}{R + \frac{B}{2}} = \alpha_{re}$$

$$\frac{X}{R - \frac{B}{2}} = \alpha_{ri}$$

$$C\alpha \cdot (\alpha_{fi} + \alpha_{fe}) = M \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \frac{L2}{L}$$

$$C\alpha \cdot (\alpha_{ri} + \alpha_{re}) = M \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \frac{L1}{L}$$

$$\text{Minerr}(\delta_i, \alpha_{fe}, \alpha_{fi}, \alpha_{re}, \alpha_{ri}, X) = \begin{bmatrix} 0.115 \\ 2.049 \cdot 10^{-3} \\ -2.049 \cdot 10^{-3} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\delta_i := 0.115$$

$$\delta_e(\beta, \delta_i) \cdot 1000 = 112.276$$

3. Para $\beta=0,2$ rad giros de dirección necesario en ambas ruedas para recorrer la curva de 100 m de radio a una velocidad de 70 km/h, indicando también los ángulos de deriva de las cuatro ruedas.

$$R := 100 \quad V := \frac{70}{3.6}$$

Valores iniciales: $\alpha_{fe} := 0 \quad \alpha_{fi} := 0 \quad \alpha_{re} := 0 \quad \alpha_{ri} := 0 \quad X := 0 \quad \delta_i := \frac{L}{R}$

$$\text{Given} \\ \frac{L - X}{R + \frac{B}{2}} = \delta_e(\beta, \delta_i) - \alpha_{fe}$$

$$\frac{L - X}{R - \frac{B}{2}} = \delta_i - \alpha_{fi}$$

$$\frac{X}{R + \frac{B}{2}} = \alpha_{re}$$

$$\frac{X}{R - \frac{B}{2}} = \alpha_{ri}$$

$$C\alpha \cdot (\alpha_{fi} + \alpha_{fe}) = M \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \frac{L_2}{L}$$

$$C\alpha \cdot (\alpha_{ri} + \alpha_{re}) = M \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \frac{L_1}{L}$$

$$\text{Minerr}(\delta_i, \alpha_{fe}, \alpha_{fi}, \alpha_{re}, \alpha_{ri}, X) = \begin{bmatrix} 0.036 \\ 0.029 \\ 0.028 \\ 0.021 \\ 0.021 \\ 2.084 \end{bmatrix}$$

$$\delta_i := 0.036$$

$$\delta_e(\beta, \delta_i) \cdot 1000 = 36.288$$

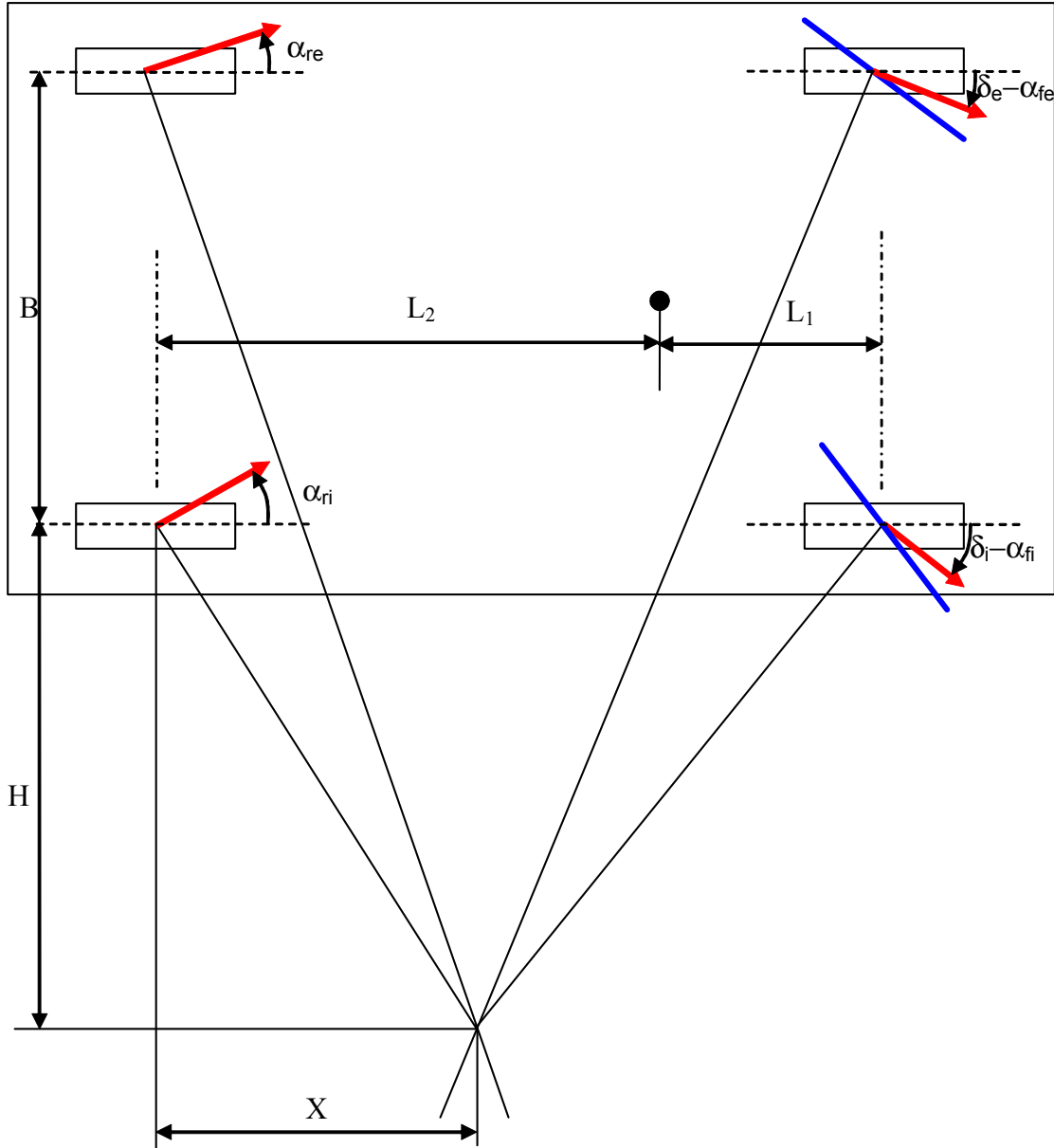
4. Indicar si el coche es subvirador o sobrevirador, indicando la velocidad característica o crítica

$$\frac{L}{R} = 0.029 \quad \text{Menor que ambos ángulos de dirección}$$

Es claro que el vehículo es subvirador.

Para estudiar la velocidad característica, utilizamos el modelo de dos ruedas

Existe otra forma de expresar las ecuaciones sin incluir la variable X. Las ecuaciones geométricas en este caso serían:



$$\alpha r_e + \delta e - \alpha f_e = \frac{L}{R + \frac{B}{2}}$$

$$\alpha r_i + \delta i - \alpha f_i = \frac{L}{R - \frac{B}{2}}$$

$$\alpha r_e \cdot \left(R + \frac{B}{2}\right) = \alpha r_i \cdot \left(R - \frac{B}{2}\right)$$

$$(\delta e - \alpha f_e) \cdot \left(R + \frac{B}{2}\right) = (\delta i - \alpha f_i) \cdot \left(R - \frac{B}{2}\right)$$

De estas ecuaciones, una es redundante (combinación lineal de las otras tres). Vamos a demostrarlo: obtendremos la 4ª ecuación a partir de las tres primeras

La primera puede expresarse: $\alpha r_e \cdot \left(R + \frac{B}{2}\right) + (\delta e - \alpha f_e) \cdot \left(R + \frac{B}{2}\right) = L$

La segunda puede expresarse: $\alpha r_i \cdot \left(R - \frac{B}{2}\right) + (\delta i - \alpha f_i) \cdot \left(R - \frac{B}{2}\right) = L$

Eliminando L entre ambas: $\alpha r_e \cdot \left(R + \frac{B}{2}\right) + (\delta e - \alpha f_e) \cdot \left(R + \frac{B}{2}\right) = \alpha r_i \cdot \left(R - \frac{B}{2}\right) + (\delta i - \alpha f_i) \cdot \left(R - \frac{B}{2}\right)$

Utilizando la tercera ecuación obtenemos la 4ª: $(\delta e - \alpha f_e) \cdot \left(R + \frac{B}{2}\right) = (\delta i - \alpha f_i) \cdot \left(R - \frac{B}{2}\right)$

Por tanto sólo hay que emplear 3 de las 4 ecuaciones geométricas.