El automovil de la figura posee una masa en orden de marcha de 1500 Kg, la carga añadida en condición de carga máxima es 500 Kg. La sección transversal a efectos del cálculo de resistencia al avance es A= 2,5 m2, su coeficiente de penetración es C_D= 0,3

Sabiendo que la distribución de esfuerzo de freno entre los ejes delantero y posterior está dada por la ecuación:

Fxf=1,65 Fxr cuando Fxr<2500 N
Fxf=2,4 Fxr-1875

Calcular:

1. La deceleración mínima de frenado para tara y carga cuando a) el coche circula por carretera seca (μ=0,8) a una velocidad de 160 km/h. b) cuando se circula por carretera mojada (μ=0,3) a una velocidad de 100 km/h.
2. Proponer otra curva de proporción de freno que sea más conveniente

Se considerará una resistencia al avance dada por R=250+2*V+0,5*C_D*ρ*A*V^2

ρ= 1,1 Kg/m^3

Datos:

$bt := 1.1 \quad ct := 1.8 \quad Wt := 1500 \cdot 9.81 \quad ht := 0.6$

$bca := 1.85 \quad cca := 1.05 \quad Wca := 500 \cdot 9.81 \quad hca := 0.4$

$Fx\_f(Fx\_r) := if(Fx\_r \le 2500, 1.65 \cdot Fx\_r, 2.4 \cdot Fx\_r - 1875)$

$Cd := 0.3 \quad A := 2.5 \quad \rho := 1.1$

$R(V) := 250 + 2 \cdot V + 0.5 \cdot Cd \cdot \rho \cdot A \cdot V^2$

$\mu h := 0.3 \quad \mu s := 0.8$

TARA:

$L := bt + ct \qquad L = 2.9$

$$Wfst := Wt \cdot \frac{ct}{L} \qquad Wrst := Wt \cdot \frac{bt}{L}$$

Fórmulas de saturación del freno:

$$Fxmft(Fxr, \mu) := \frac{\mu \cdot \left(Wfst + \frac{ht}{L} \cdot Fxr\right)}{1 - \mu \cdot \frac{ht}{L}} \qquad Fxmrt(Fxf, \mu) := \frac{\mu \cdot \left(Wrst - \frac{ht}{L} \cdot Fxf\right)}{1 + \mu \cdot \frac{ht}{L}}$$

Saturación simultánea del rozamiento en ambos ejes:

$$Fxfit(\mu) := \mu \cdot \left(Wfst + \mu \cdot Wt \cdot \frac{ht}{L}\right) \qquad Fxrit(\mu) := \mu \cdot \left(Wrst - \mu \cdot Wt \cdot \frac{ht}{L}\right)$$

Para carretera húmeda μ=0,3

$Fxfit(0.3) = 3.014 \cdot 10^{3}$ $\qquad$ $Fxrit(0.3) = 1.4 \cdot 10^{3}$

CARGA:

$Wc := Wt + Wca$

Posición del c.d.g.

$bc := \frac{Wt \cdot bt + Wca \cdot bca}{Wc}$ $\qquad$ $cc := \frac{Wt \cdot ct + Wca \cdot cca}{Wc}$ $\qquad$ $hc := \frac{Wt \cdot ht + Wca \cdot hca}{Wc}$

$Wfsc := Wc \cdot \frac{cc}{L}$ $\qquad$ $Wrsc := Wc \cdot \frac{bc}{L}$

Fórmulas de saturación del freno:

$$Fxmfc(Fxr, \mu) := \frac{\mu \cdot \left(Wfsc + \frac{hc}{L} \cdot Fxr\right)}{1 - \mu \cdot \frac{hc}{L}} \qquad Fxmrc(Fxf, \mu) := \frac{\mu \cdot \left(Wrsc - \frac{hc}{L} \cdot Fxf\right)}{1 + \mu \cdot \frac{hc}{L}}$$

Saturación simultánea del rozamiento en ambos ejes:

$$Fxfic(\mu) := \mu \cdot \left(Wfsc + \mu \cdot Wc \cdot \frac{hc}{L}\right) \qquad Fxric(\mu) := \mu \cdot \left(Wrsc - \mu \cdot Wc \cdot \frac{hc}{L}\right)$$

Para carretera húmeda μ=0,3

$Fxfic(0.3) = 3.608 \cdot 10^{3}$ $\qquad$ $Fxric(0.3) = 2.278 \cdot 10^{3}$

Representación de las curvas de saturación:

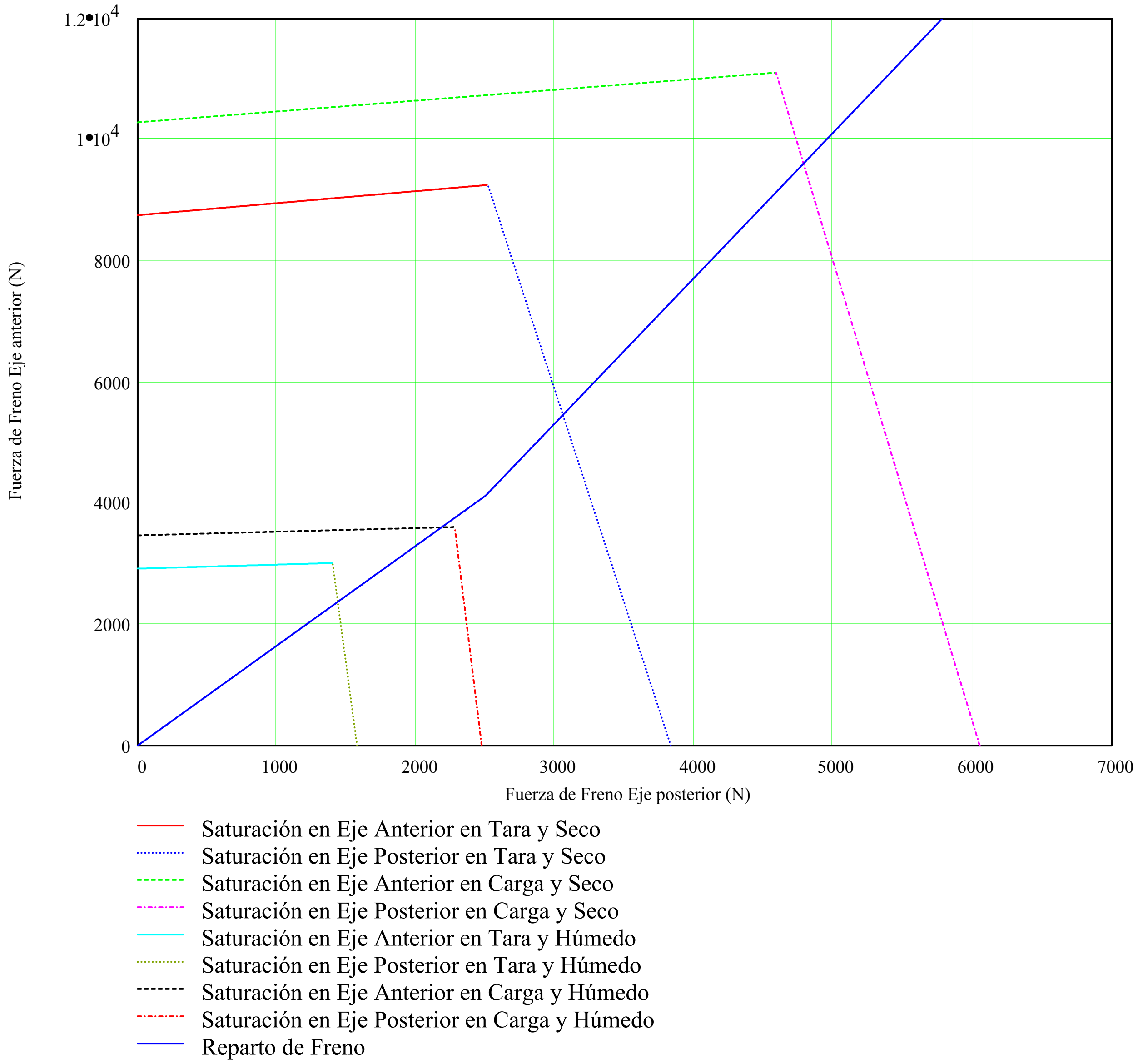
$Fxrcs := 0, 10 .. Fxric(0.8)$ $\qquad$ $Fxfcs := 0, 10 .. Fxfic(0.8)$

$Fxrts := 0, 10 .. Fxrit(0.8)$ $\qquad$ $Fxft := 0, 10 .. Fxfit(0.8)$

$Fxrch := 0, 10 .. Fxric(0.3)$ $\qquad$ $Fxfch := 0, 10 .. Fxfic(0.3)$

$Fxrth := 0, 10 .. Fxrit(0.3)$ $\qquad$ $Fxfth := 0, 10 .. Fxfit(0.3)$

$Fxr\_rv := 0, 10 .. 7000$



Carretera húmeda, tara:

$$V := \frac{100}{3.6}$$

Vemos que satura el eje posterior, deberemos calcular la interesección entre la curva de reparto de freno y la desaturación del eje posterior:

$$\mu := 0.3$$

$$Fxr = \frac{\mu \cdot \left(Wrst - \frac{ht}{L} \cdot Fxf \right)}{1 + \mu \cdot \frac{ht}{L}} \qquad Fxf = 1.65 \cdot Fxr$$

Sustituyendo Fxf en la primera ecuación:

$$Fxr = \frac{\mu\cdot\left(Wrst - \frac{ht}{L}\cdot 1.65\cdot Fxr\right)}{1+\mu\cdot\frac{ht}{L}}$$ de donde:

$$Fxrth\_max := \mu\cdot Wrst\cdot\frac{1}{1+\frac{53}{20}\cdot\mu\cdot\frac{ht}{L}}$$ $$Fxrth\_max = 1.438\bullet 10^{3}$$

$$Fxfth\_max := 1.65\cdot Fxrth\_max$$ $$Fxfth\_max = 2.373\bullet 10^{3}$$

Deceleración: $$Dx := \frac{Fxrth\_max + Fxfth\_max + R(V)}{Wt}\cdot 9.81$$ $$Dx = 2.956$$ m/s2

Carretera húmeda, carga:

Vemos que satura el eje anterior, deberemos calcular la interesección entre la curva de reparto de freno y la desaturación del eje posterior:

$$\mu := 0.3$$

$$Fxf = \frac{\mu\cdot\left(Wfsc + \frac{hc}{L}\cdot Fxr\right)}{1-\mu\cdot\frac{hc}{L}}$$ $$Fxf = 1.65\cdot Fxr$$

Sustituyendo Fxf en la primera ecuación:

$$1.65\cdot Fxr = \frac{\mu\cdot\left(Wfsc + \frac{hc}{L}\cdot Fxr\right)}{1-\mu\cdot\frac{hc}{L}}$$ de donde:

$$Fxrch\_max := 20.\cdot\mu\cdot Wfsc\cdot\frac{L}{(33.\cdot L - 53.\cdot\mu\cdot hc)}$$ $$Fxrch\_max = 2.183\bullet 10^{3}$$

$$Fxfch\_max := 1.65\cdot Fxrch\_max$$

Deceleración: $$Dx := \frac{Fxrch\_max + Fxfch\_max + R(V)}{Wc}\cdot 9.81$$ $$Dx = 3.204$$ m/s2

Carretera seca, tara:

$$V := \frac{160}{3.6}$$

Vemos que satura el eje posterior, deberemos calcular la interesección entre la curva de reparto de freno y la de saturación del eje posterior:

$\mu := 0.8$

$$Fxr = \frac{\mu \cdot \left(Wrst - \frac{ht}{L} \cdot Fxf\right)}{1 + \mu \cdot \frac{ht}{L}} \qquad Fxf = 2.4 \cdot Fxr - 1875$$

Sustituyendo Fxf en la primera ecuación:

$$Fxr = \frac{\mu \cdot \left[Wrst - \frac{ht}{L} \cdot (2.4 \cdot Fxr - 1875)\right]}{1 + \mu \cdot \frac{ht}{L}}$$ de donde:

$$5. \cdot \mu \cdot \frac{(Wrst \cdot L + 1875. \cdot ht)}{5. \cdot L + 17. \cdot \mu \cdot ht} = 3.056 \cdot 10^3$$

$$Fxrts\_max := 5. \cdot \mu \cdot \frac{(Wrst \cdot L + 1875. \cdot ht)}{5. \cdot L + 17. \cdot \mu \cdot ht} \qquad Fxrts\_max = 3.056 \cdot 10^3$$

$$Fxfts\_max := 2.4 \cdot Fxrts\_max - 1875 \qquad Fxfts\_max = 5.459 \cdot 10^3$$

Deceleración: $Dx := \frac{Fxrts\_max + Fxfts\_max + R(V)}{Wt} \cdot 9.81$ $\qquad Dx = 6.446$ m/s2

Carretera seca, carga:

Vemos que satura el eje posterior, deberemos calcular la interesección entre la curva de reparto de freno y la de saturación del eje posterior:

$\mu := 0.8$

$$Fxr = \frac{\mu \cdot \left(Wrsc - \frac{hc}{L} \cdot Fxf\right)}{1 + \mu \cdot \frac{hc}{L}} \qquad Fxf = 2.4 \cdot Fxr - 1875$$

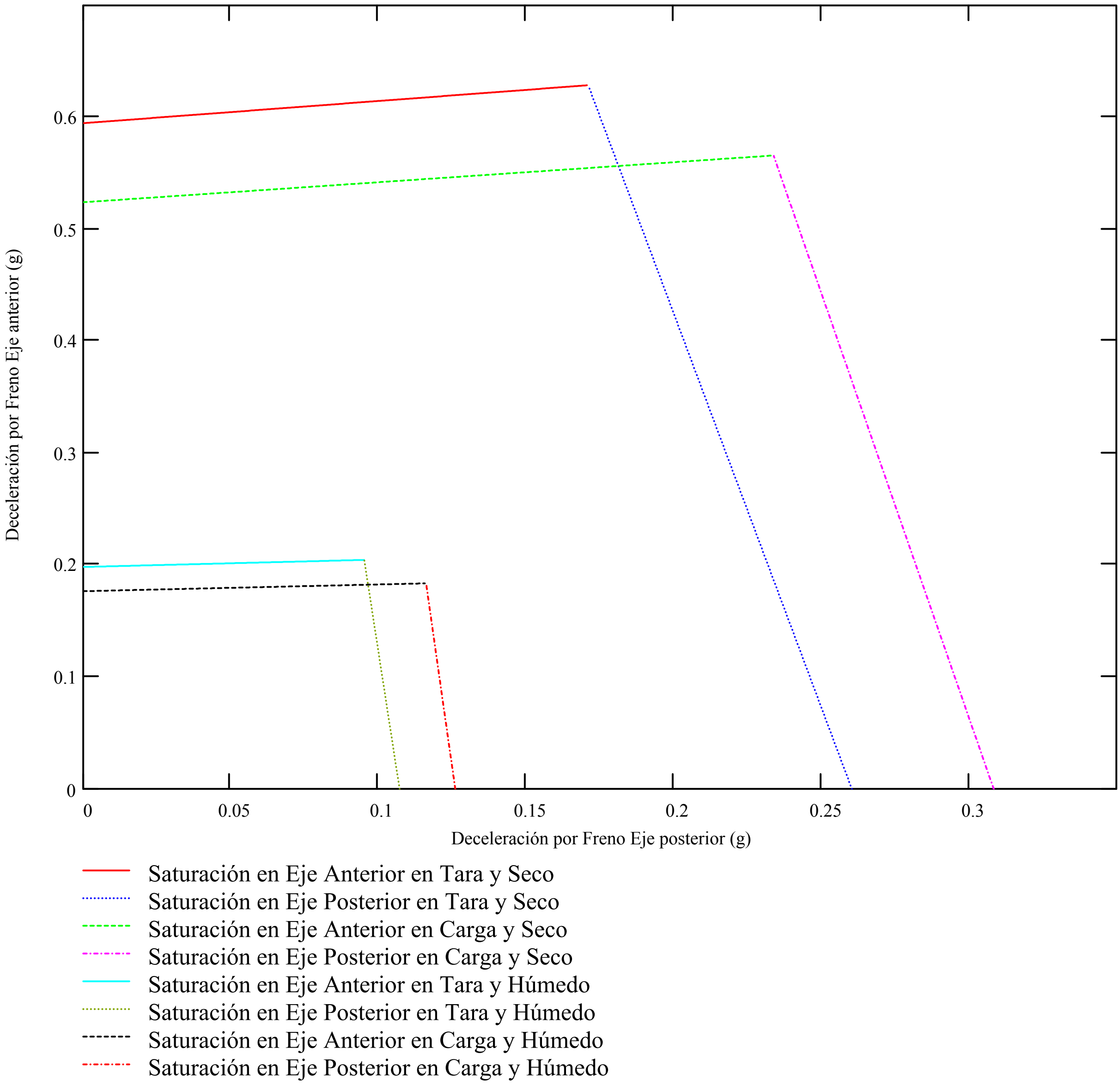
Sustituyendo Fxf en la primera ecuación:

$$Fxr = \frac{\mu \cdot \left[Wrsc - \frac{hc}{L} \cdot (2.4 \cdot Fxr - 1875)\right]}{1 + \mu \cdot \frac{hc}{L}}$$ de donde:

$$Fxrcs\_max := 5. \cdot \mu \cdot \frac{(Wrsc \cdot L + 1875. \cdot hc)}{5. \cdot L + 17. \cdot \mu \cdot hc} \qquad Fxrcs\_max = 4.785 \cdot 10^3$$

$$Fxfcs\_max := 2.4 \cdot Fxrcs\_max - 1875 \qquad Fxfcs\_max = 9.608 \cdot 10^{3}$$

Deceleración: $$Dx := \frac{Fxrcs\_max + Fxfcs\_max + R(V)}{Wc} \cdot 9.81 \qquad Dx = 7.773$$ m/s2



la curva de reparto de freno óptima para presiones de freno bajas es la que pasa por la intersección entre las rectas verde oscuro y gris que corresponden respectivamente a las de saturación del freno en el eje anterior en carga y a las del eje posterior en tara en superficies húmedas

$$\mu h := 0.30$$

Calculamos dicha intersección:

Condiciones a cumplir

$Fxf = Kfr \cdot Fxr$ recta de proporción de freno

Saturación en el eje posterior en tara:

$$Fxr = \frac{\mu h \cdot \left(Wrst - \frac{ht}{L} \cdot Fxf \right)}{1 + \mu h \cdot \frac{ht}{L}}$$ saturación del rozamiento en el eje posterior

Saturación en el eje anterior en carga:

$$Fxf = \frac{\mu h \cdot \left(Wfsc + \frac{hc}{L} \cdot Fxr \right)}{1 - \mu h \cdot \frac{hc}{L}}$$ saturación del rozamiento en el eje anterior

Utilizando como variables: $Axr = \frac{Fxr}{W}$ $Axf = \frac{Fxf}{W}$

La primera ecuación la obtenemos dividiendo por Wt:

$$\frac{Fxr}{Wt} = \frac{\mu h \cdot \left(\frac{Wrst}{Wt} - \frac{ht}{L} \cdot \frac{Fxf}{Wt} \right)}{1 + \mu h \cdot \frac{ht}{L}}$$ o bien: $$Axr = \frac{\mu h \cdot \left(\frac{Wrst}{Wt} - \frac{ht}{L} \cdot Axf \right)}{1 + \mu h \cdot \frac{ht}{L}}$$ o bien: $$Axr = \frac{\mu h \cdot (bt - ht \cdot Axf)}{L + \mu h \cdot ht}$$

La segunda ecuación la obtenemos dividiendo por Wc:

$$\frac{Fxf}{Wc} = \frac{\mu h \cdot \left(\frac{Wfsc}{Wc} + \frac{hc}{L} \cdot \frac{Fxr}{Wc} \right)}{1 - \mu h \cdot \frac{hc}{L}}$$ o bien: $$Axf = \frac{\mu h \cdot \left(\frac{Wfsc}{Wc} + \frac{hc}{L} \cdot Axr \right)}{1 - \mu h \cdot \frac{hc}{L}}$$ o bien: $$Axf = \frac{\mu h \cdot (cc + h}{L - \mu h}$$

Condición de intersección de las curvas:

$$Axf := -\mu h \cdot \frac{(\mu h \cdot hc \cdot bt + \mu h \cdot ht \cdot cc + L \cdot cc)}{(L \cdot (-L + \mu h \cdot hc - \mu h \cdot ht))}$$ $$Axr := \mu h \cdot \frac{(-L \cdot bt + \mu h \cdot hc \cdot bt + \mu h \cdot ht \cdot cc)}{(L \cdot (-L + \mu h \cdot hc - \mu h \cdot ht))}$$

$Axf = 0.183$ $Axr = 0.096$

$Axfh\_opt := Axf$ $Axrh\_opt := Axr$

La curva de reparto de freno óptima para presiones de freno altas es la que pasa por la intersección entre las rectas azul y verde claro que corresponden respectivamente a las de saturación del freno en el eje posterior en tara y a las del eje anterior en carga para superficies secas

$\mu s := 0.8$

Calculamos dicha intersección:

Condiciones a cumplir

Saturación en el eje posterior en tara: $$Fxr=\frac{\mu s\cdot\left(Wrst-\frac{ht}{L}\cdot Fxf\right)}{1+\mu s\cdot\frac{ht}{L}}$$ saturación del rozamiento en el eje posterior

Saturación en el eje anterior en carga: $$Fxf=\frac{\mu s\cdot\left(Wfsc+\frac{hc}{L}\cdot Fxr\right)}{1-\mu s\cdot\frac{hc}{L}}$$ saturación del rozamiento en el eje anterior

Utilizando como variables: $Axr=\frac{Fxr}{W}$ $Axf=\frac{Fxf}{W}$

La primera ecuación la obtenemos dividiendo por Wt:

$$\frac{Fxr}{Wt}=\frac{\mu s\cdot\left(\frac{Wrst}{Wt}-\frac{ht}{L}\cdot\frac{Fxf}{Wt}\right)}{1+\mu s\cdot\frac{ht}{L}}$$ o bien: $$Axr=\frac{\mu s\cdot\left(\frac{Wrst}{Wt}-\frac{ht}{L}\cdot Axf\right)}{1+\mu s\cdot\frac{ht}{L}}$$ o bien: $$Axr=\frac{\mu s\cdot(bt-ht\cdot Axf}{L+\mu s\cdot ht}$$

La segunda ecuación la obtenemos dividiendo por Wc:

$$\frac{Fxf}{Wc}=\frac{\mu s\cdot\left(\frac{Wfsc}{Wc}+\frac{hc}{L}\cdot\frac{Fxr}{Wc}\right)}{1-\mu s\cdot\frac{hc}{L}}$$ o bien: $$Axf=\frac{\mu s\cdot\left(\frac{Wfsc}{Wc}+\frac{hc}{L}\cdot Axr\right)}{1-\mu s\cdot\frac{hc}{L}}$$ o bien: $$Axf=\frac{\mu s\cdot(cc+hc\cdot Ax}{L-\mu s\cdot hc}$$

Condición de intersección de las curvas:

$$Axf:=-\mu s\cdot\frac{(\mu s\cdot hc\cdot bt+\mu s\cdot ht\cdot cc+L\cdot cc)}{(L\cdot(-L+\mu s\cdot hc-\mu s\cdot ht))}$$ $$Axr:=\mu s\cdot\frac{(-L\cdot bt+\mu s\cdot hc\cdot bt+\mu s\cdot ht\cdot cc)}{(L\cdot(-L+\mu s\cdot hc-\mu s\cdot ht))}$$

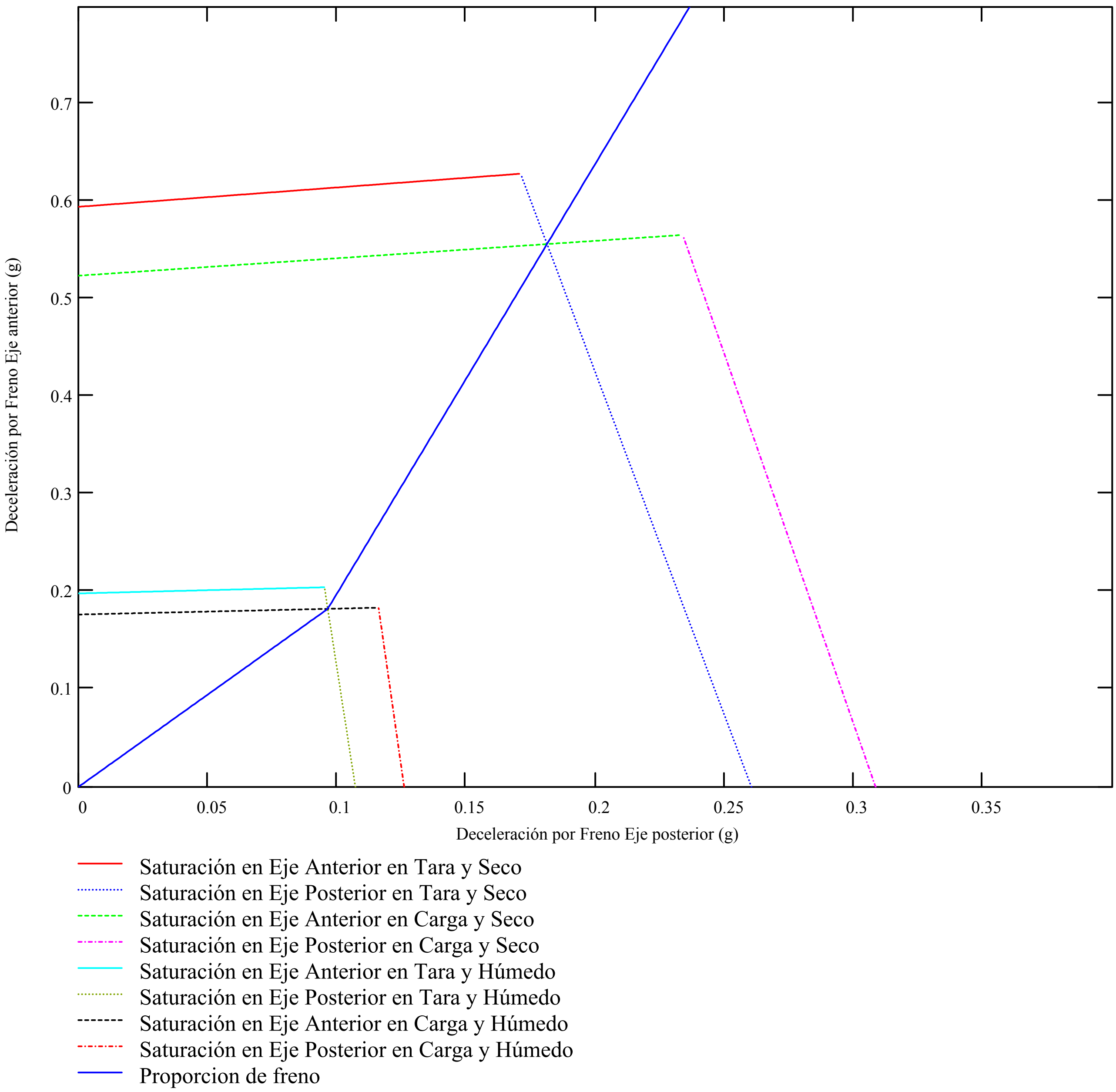
$Axf=0.557$ $Axr=0.181$

$Axfs\_opt:=Axf$ $Axrs\_opt:=Axr$

Curva de proporción de freno:

$$Axf(Axr):=\text{if}\left[Axr<Axrh\_opt,\frac{Axfh\_opt}{Axrh\_opt}\cdot Axr,\frac{Axfs\_opt-Axfh\_opt}{Axrs\_opt-Axrh\_opt}\cdot(Axr-Axrh\_opt)+Axfh\_opt\right]$$

$Axrv := 0, 0.001 .. 0.4$



$$\frac{c \cdot Axr)}{\cdot hc}$$

)

r)